Universitatea Babeş-Bolyai

Facultatea de Matematică şi Informatică

Departmentul de Informatică

Noémi Gaskó

Metode de Inteligenţă Computaţională în Rezolvarea Jocurilor

Rezumat

Conducător ştiinţific

prof. D. Dumitrescu

2011

Conţinutul tezei

Cuvinte cheie: teoria jocurilor, calcul evolutiv, optimizare multiobiectivă, relaţii generative, echilibrul Berge-Zhukovskii, echilibrul joint.

Lista publicaţiilor

- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, Tudor Dan Mihoc, Evolutionary detection of Aumann equilibrium, Genetic And Evolutionary Computation Conference (GECCO 2010), Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and Evolutionary Computation, ACM New York, NY, USA, ISBN: 978-1-4503-0072-8, pp. 827-828, DOI 10.1145/1830483.1830632, 2010.
- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, Réka Nagy, Job Scheduling and Bin Packing from a Game Theoretical Perspective. An Evolutionary Approach, 12th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC 2010), ISBN: 978-1-4244-9816-1, pp. 209-214, DOI 10.1109/SYNASC.2010.55, 2010.
- Zoltán Istenes, D. Dumitrescu, **Noémi Gaskó**, Robotics in a Game Theoretical Approach, 8th Joint Conference on Mathematics and Computer Science, ISBN 978-80-8122-003-6, 2010.
- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, An Evolutionary Approach for Detecting Aumann Equilibirum in Congestion Games, 11th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics, ISBN: 978-1-4244-9279-4, pp. 43-46, DOI 10.1109/CINTI.2010.5672275, 2010.
- **Noémi Gaskó**, Rodica Ioana Lung, D. Dumitrescu, Detecting Different Joint Equilibria with an Evolutionary Approach, 9th IEEE International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics, ISBN: 978-1-4244-7429-5, pp. 343-347, DOI 10.1109/SAMI.2011.5738903, 2011.
- **Noémi Gaskó**, D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Modified Strong and Coalition Proof Nash Equilibria. An Evolutionary Approach, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, LVI, pp. 3-10, 2011.
- D. Dumitrescu, Rodica Iaona Lung, **Noémi Gaskó**, Detecting Strong Berge Pareto Equilibrium in a Non-Cooperative Game Using an Evolutionary Approach, 6th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2011), ISBN: 978-1-4244-9108-7, pp. 101-104, DOI 10.1109/SACI.2011.5872980, 2011.
- Zoltán Istenes, **Noémi Gaskó**, D. Dumitrescu, Robotics from a Game Theoretic Approach, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, accepted paper.
- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, An Evolutionary Approach of detecting some refinements of the Nash equilibrium, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, pp. 113-118, 2011.
- Tudor Dan Mihoc, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, D. Dumitrescu, Nondomination in Large Games: Berge-Zhukovskii Equilibrium, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, pp. 101-106, 2011.

- **Noémi Gaskó**, D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Evolutionary detection of Berge and Nash equilibria, Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization, NICSO 2011.
- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, Strong Berge and strong Berge Pareto equilibrium detection using an evolutionary approach, Applied Computational Intelligence in Engineering and Information Technology, Springer-Verlag, 2012.
- **Noémi Gaskó**, D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Detection of Aumann equilibrium using an evolutionary approach, XI. RODOSZ Konferencia, ISBN: 978-973-88394-2-7, pp. 405-412, 2010.
- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Noémi Gaskó**, Joint equilibrium - an evolutionary approach, Coping with Complexity Conference, 2011.

Introducere

Definirea problemei

Un joc strategic poate fi definit ca un sistem format din jucători, strategii şi funcţii de câştig.

O întrebare importantă în cadrul teoriei jocurilor este decizia unui jucător, adică ce să aleagă din strategiile posibile. O soluţie cu care toţi jucţorii sunt mulţumiţi se numeşte echilibrul jocului.

Cel mai imporant concept de echilibru din teoria jocurilor necooperative este echilibrul Nash [Nash, 1951]. Unele jocuri pot avea mai multe echilibre Nash, de aceea au fost introduse mai multe rafinări, dar nu prea există metode computaţionale pentru detectarea acestor echilibre. În cadrul tezei se tratează detectarea evolutivă a rafinřilor echilibrului Nash.

Echilibrul Nash este o soluţie bună în cazul în care toţi jucătorii sunt raţionali. Însă în lumea reală cei care decid pot fi afectaţi de emoţii, pot fi iraţionali, etc., de aceea conceptul clasic de echilibru nu poate fi o soluţie bună.

Echilibrul Berge-Zhukovskii este o soluţie alternativă pentru jocurile necooperative. În teză este propusă detectarea evolutivă acestei echilibre.

Sunt propuse şi echilibre noi (numite joint), care modelează mai bine situaţiile din lumea reală. Aceste noi echilibre sunt combinaţiile echilibrelor din literatură. Este prezentată şi o metodă evolutivă pentru detectarea acestor noi echilibre.

Structura tezei

Teza este organizată în şapte capitole şi o bibliografie.

Capitolul 2 prezintă conceptele de bază din optimizare multicriterială, teoria jocurilor şi calcul evolutiv. Capitolul 3 descrie diferite tipuri de echilibre, rafinăriile Nashului, echilibrul Berge-Zhukovskii, şi un concept nou: echilibrul joint, care permite jucătorilor să joacă în diferite moduri.

Capitolul 4 conţine descrierea metodei evolutive, bazată pe relaţiile generative. Sunt prezentate şi câteva aplicaţii.

Capitolul 5 prezintă metoda evolutivă pentru detectarea echilibrului Berge-Zhukovskii, bazată tot pe relaţiile generative.

În capitolul 6 este descris detectarea echilibrelor joint. Sunt introduce relaţii generative pentru echilibrelor Nash-Berge-Zhukovskii, Nash-Aumann, Pareto-Berge-Zhukovskii şi Pareto-Aumann.

Capitolul 7 prezintă concluziile şi direcţiile viitoare de cercetare.

Contribuţii

Principalele contribuţii ale tezei sunt:

1. relaţii generative pentru unele rafinări ale echilibrului Nash;

2. detecţia evolutivă a echilibrului Nash folosind relaţiile generative propuse;:
    (a) Aumann (strong Nash) equilibrium;
    (b) coalition proof Nash equilibrium;
    (c) modified strong Nash equilibrium;
    (d) strong Berge equilibrium;
    (e) strong Berge Pareto equilibrium;
3. relaţii generative pentru echilibrul Berge-Zhukovskii (o soluţie alternativă pentru jocuri ne-cooperative);

   detecţia evolutivă a echilibrului Berge-Zhukovskii;
4. noi tipuri de echilibre bazate pe tipul de raţionalitate a jucătorilor;
    (a) echilibrul Nash-Berge-Zhukovskii;
    (b) echilibrul Nash-Aumann;
    (c) echilibrul Pareto-Berge-Zhukovskii;
    (d) echilibrul Pareto-Aumann;

   relaţii generative pentru noi tipuri de echilibre;

   detectarea evolutivă a acestor echilibre.

Echilibre din teoria jocurilor necooperative

Introducere

Acţiunile şi câştigurile agenţilor sunt cunoscute, se presupune că agenţii se comportă în mod raţional. Cel mai important concept de soluţie în teoria jocurilor este *echilibrul jocului*.

Echilibrul cel mai folosit este echilibrul Nash [Nash, 1951], care descrie o situaţie stabilă a jocului. Conceptul de echilibru Nash se bazează pe ideea de stabilitate împotriva abaterilor unilaterale.

Dacă un joc are mai multe echilibre Nash, poate apărea o problemă de selecţie. Prin urmare, mai multe rafinări şi generalizări ale echilibrului Nash au fost propuse [Osborne, 2004].

Aumann (1959) a propus conceptul de echilibru strong Nash. Un echilibru strong Nash este un profil de strategie de la care nici un subset de jucători nu poate devia pentru a îmbunătăţii câştigul subsetului respectiv.

Echilibrul Aumann (strong Nash) reprezintă o tranziţie între jucătorii egoişti şi jocuriile cooperative. Acest echilibru facilitează coaliţiile de jucători şi prin urmare poate fi o mai bună aproximare a deciziilor reale.

Echilibrul strong Berge este o altă rafinare a echilibruilui Nash, el este stabil faţă de deviaţii.

Alte rafinări sunt echilibrul *coalition proof* şi echilibrul *modified strong Nash*.

Echilibrul Berge generalizează conceptul de echilibru Nash, la fel ca şi echilibrul Berge-Zhukovski. Echilibrul BZ este o soluţie alternativă pentru jocuri care nu au echilibru Nash.

Jocuri ne-cooperative. Noţiuni de bază

Un joc ne-cooperativ poate fi descris ca un sistem de jucători. Fiecare jucător are o mulţime de acţiuni posibile.

Matematic un joc ne-cooperativ finit este un sistem

$$G = (N, (S_i, u_i), i = 1, ..., n),$$

unde:

- N reprezintă o mulţime de jucători iar n reprezintă numărul jucătorilor;
- S_i este mulţimea acţiunilor posibile pentru jucătorul i.

  $$S = S_1 \times S_2 \times ... \times S_n$$

  S este mulţimea tuturor strategiilor posibile ale jocului.
- Pentru fiecare jucător i $u_i : S \rightarrow R$ reprezintă funcţia sa de câştig.

Putem descrie echilibrul Nash [Nash, 1951] ca o situaţie a jocului de la care nici un jucător nu este tentat să devieze unilateral pentru a-şi mări câştigul.

Să notăm cu (s_i, s^*_{-i}) profilul de strategie obţinut din s^* înlocuind strategia jucatorului i cu s_i:

$$(s_i, s^*_{-i}) = (s^*_1, ..., s_i, ..., s^*_n).$$

Definiţie O strategie $s^* \in S$ este un echilibru Nash dacă inegalitatea

$$u_i(s_i, s^*_{-i}) \geq u_i(s^*),$$

are loc pentru $\forall i = 1, ..., n, \forall s_i \in S_i$.

Rafinări ale echilibrului Nash

- Echilibrul Aumman (1959) este o strategie pentru care nici o coaliţie de jucători nu poate avea nici o deviere care să îmbunătăţească câştigul fiecărui jucător din coaliţie.

  Definiţie Strategia s^* este un echilibru Aumann dacă pentru orice coaliţie $I \subseteq N, I \neq \phi$ are loc inegalitatea:

  $$u_i(s_I, s^*_{-I}) \leq u_i(s^*), \forall i \in I.$$

- Echilibrul k-Aumman este o strategie pentru care nici o coaliţie de jucători de mărime cel mult k nu poate avea nici o deviere care să îmbunătăţească câştigul fiecărui jucător din coaliţie.
- Echilibrul coalition proof Nash a fost introdus de către Bernheim el al., 1987. Acest echilibru se defineşte ca o strategie în care nici o coaliţie nu câştigă prin deviere în mod recursiv.
- Echilibrul strong Berge (Berge 1957) este o strategie stabilă faţă de devierile tuturor jucătorilor cu excepţia unora dintre ei.
- Echilibrul strong Berge Pareto este o strategie care este echilibru Berge şi este Pareto eficientă.

Echilibrul Berge

Echilibrul Berge [Abalo and Kostreva, 2005] este o generalizare a echilibrului Nash şi se referă la stabilitatea în raport cu o partiţie a jucătorilor.

Alte importante rafinări ale echilibrului Berge sunt:

- Echilibrul Berge-Zhukovskii [Zhukovskii, 1994]

  Poate fi un concept de soluţie pentru jocuri care au mai multe echilibre Nash. Echilibrul B-Z permite aspecte cooperative şi este posibil să determine cooperare într-un cadru necooperativ.

- Echilibrul k-Berge-Zhukovskii

  Este o submulţime a echilibrului Berge-Zhukovskii în care mărimea coaliţiei este egală cu k.

- Echilibrul ϵ-Berge

  Admite o deviere de cel mult ϵ.

Detectarea rafinărilor echilibrului Nash

Relaţii generative

În această secţiune sunt prezentate relaţii generative pentru diferite echilibre.

Pentru a detecta diferite echilibre noi am definit relaţii pe mulţimea strategiilor.

Această relaţie este numită relaţia generativă a echilibrului. Relaţiile generative sunt modalităţi algebraice pentru detectarea a diferitelor echilibre.

Pentru a defini o relaţie generativă trebuie introdus o măsură de calitate:

$$Q : S \times S \to \mathbb{N},$$

unde S este mulţimea profilelor de strategie.

Fie s si s^* două profile de strategie, $s, s^* \in S$.

$Q(s, s^*)$ măsură calitatea strategiei s faţă de s^*.

Măsura de calitate Q este folosită pentru definirea relaţiei $\prec_Q$:

$$s \leq_Q s^*, \text{ dacă şi numai dacă } Q(s, s^*) \leq Q(s^*, s).$$

În [Lung, Dumitrescu, 2008] a fost introdusprima relaţie generativă pentru detectarea e-chilibrelor.

Măsurile de calitate pentru rafinările Nashului sunt următoarele:

- pentru echilibrul Aumann:

$$a(s^*, s) = card[i \in I, \phi \neq I \subseteq N, u_i(s_I, s^*_{-I}) \geq u_i(s^*), s_i \neq s^*_{-i}];$$

- pentru echilibrul strong Nash:

$$ma(s^*, s) = card[t \in T, T \neq \phi, T \subset I, \phi \neq I \subseteq N, u_t(z_t, s_{I-T}, s^*_{N-I}) \geq u_t(s_I, s^*_{N-I}),$$

$$s_I \neq s^*_I, z_t \in S_T];$$

- pentru echilibrul strong Berge:

$$sb(s^*, s) = card[j \in -i, i \in N, u_j(s^*_i, s_{-i}) \geq u_j(s^*), \forall s_{-i} \in S_{-i}];$$

O metodă evolutivă pentru detectarea echilibrelor

Relaţiile generative permit detectarea evolutivă a diferitelor echilibre. Metodele de selecţie sunt bazate pe relaţii generative.

Scopul nostru este de a detecta diferite echilibre cu ajutorul optimizării evolutive multiobjective bazată pe nedominare.

Metoda folosită paote fi descrisă în felul următor:

O populaţie de strategie este evoluată. Fiecare individual este un vector de n dimensiuni, reprezentând o strategie $s \in S$.

Populaţia iniţiala este generată aleator. În fiecare pas populaţia actuală poate fi considerată ca o aproximare a echilibrului respectiv.

Metoda evolutivă care poartă numele de "Relational Evolutionary Equilibria Detection (REED)" este descris în algoritmul 1.

Algorithm 1 REED method

Set $t = 0$;
Randomly initialize a population $P(0)$ of strategies;
while (not termination-condition) **do**
    Binary tournament selection and recombination using the simulated binary crossover (SBX) operator for $P(t) \rightarrow Q$;
    Mutation on Q using real polynomial mutation $\rightarrow P$;
    Compute the rank of each population member in $P(t) \cup P$ with respect to the generative relation. Order by rank $(P(t) \cup P)$;
    Rank based selection for survival → P (t + 1);
end while

Detectarea evolutivă a echilibrului Berge-Zhukovskii

Relaţia generativă pentru echilibrul Berge-Zhukovskii

Considerăm strategiile s şi s^* din S.

Mă sura de calitate $b(s,s^*)$ poate fi exprimat ă ca:

$$b(s,s^*) = card[i \in N, u_i(s) < u_i(s_i, s^*_{N-i})].$$

Definiţie Fie $s,s^* \in S$. Strategia s este ma bună decât strategia s^* în ceea ce priveşte echilibrul Berge-Zhukovskii, $s \prec_B s^*$, dacă şi numai dacă are loc inegalitatea:

$$b(s,s^*) < b(s^*,s).$$

Definiţie Strategia $s^* \in S$ este o strategie nedominată Berge-Zhukovskii, dacă şi numai dacă nu există o strategie $s \in S, s \neq s^*$ astfel încât s să domine s^*:

$$s \prec_B s^*.$$

Putem considera mulţimea strategiilor Berge-Zhukovskii egală cu mulţimea strategiilor nedominate.

Relaţiile generative pentru echilibrele k-Berge-Zhukovskii, ϵ-Berge-Zhukovskii pot fi definite într-un mod asemănător.

Metoda de detectare evolutivă

Metoda folosită este Differential Evolution [Storn, Price, 1995].

Să folosim aceste notaţii:

- $U(0,k)$ - este un număr distribuit uniform între 0 şi k;
- pc - probabilitatea de încrucişare;
- F - factorul de scalare;
- dim - numărul parametrilor;

Procedura pentru crearea copiilor este prezentată în Algoritmul 2.

Tehnica "Differntial Evolution" este prezentată în Algoritmul 3.

Crowding Differential Evolution [Thomsen, 2004] extinde algoritmul Differential Evolution (DE).

În cazul nostru copii înlocuiesc părinţii care sunt mai buni în ceea ce priveşte relaţiile generative.

Algorithm 2 Procedura de a crea copilul $O[i]$ din părinţii $P[i]$

$O[i] = P[i]$
randomly select parents $P[i_1]$, $P[i_2]$, $P[i_3]$, where $i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq i$
$n = U(0, dim)$;
for $j = 0; j < dim$ and $U(0,1) < pc; j = j+1$ **do**
  $O[i][n] = P[i_1][n] + F * (P[i_2][n] - P[i_3][n])$
  $n = (n+1) \bmod dim$
end for

Algorithm 3 Procedure Differential Evolution

initialize population with random individuals
evaluate individuals
while (not termination-condition) **do**
  for $i = 0; i < popsize; i = i+1$ **do**
    create offspring $O[i]$ from parent $P[i]$
    evaluate offspring $O[i]$
    if offspring $O[i]$ is better than parent $P[i]$ **then**
      replace parent with offspring
    else
      keep parent in population
    end if
  end for
end while

Aplicaţii

Forma clasică a jocului *dilema prizonierului (DP)* [Flood, 1958] este: doi prizonieri sunt bănuiţi că au săvârşit o infracţiune. Pedeapsa maximă pentru această infracţiune este de zece ani. Celor doi prizonieri li se face o propunere. Dacă unul dintre ei mărturiseşte, atunci scapă nepedepsit celălalt trebuie să ispăşească o pedeapsă de zece ani. Dacă cei doi decid să nu mărturisească vor primi o pedeapsă de doi ani. Dacă amândoi mărturisesc, pe fiecare îl aşteaptă o pedeapsă de şase ani. Prizonierii sunt chestionaţi separat unul de celălalt, astfel încât nici unul dintre ei nu va cunoaşte înaintea chestionării intenţia celuilalt.

Tabelul 1 prezintă câştigurile jocului, tabelul 2 prezintă preferinţele jucătorilor.

Jocul are un echilibru pur Nash *(Mărturiseşte, Mărturiseşte)* care nu reprezintă soluţia optimă. Ambii agenţi acţionează în mod raţional dar produc un rezultat aparent iraţional.

Echilibrul Berge-Zhukovskii pentru jocul DP este *(Nu mărturiseşte, Nu mărturiseşte)*. A-

Table 1: Câştigurile celor doi jucători pentru jocul Dilema Prizonierului

		Pl. 2	
		Nu mărturiseşte	Mărturiseşte
Pl. 1	Nu mărturiseşte	(2, 2)	(10, 0)
	Mărturiseşte	(0, 10)	(6, 6)

Table 2: Preferinţele jucătorilor pentru jocul PD

		Player 2	
		Nu mărturiseşte	Mărturiseşte
Player 1	Nu mărturiseşte	(2, 2)	(0, 3)
	Mărturiseşte	(3, 0)	(1, 1)

Table 3: Parametrii algoritmului CrDE pentru jocul DP

Parametru	2	10	20	50	100
Dimensiunea populaţiei			50		
Nr max de evaluări		5×10^5		5×10^6	
CF			50		
F			0.1		
Rata mutaţie			0.9		

cest echilibru reprezintă o soluţie mai bună deoarece căştigurile celor doi agenţi sunt mai mari.

Dacă luăm în considerare varianta cu n jucători a DP, câştigurile pot fi exprimate astfel:

$$u_i(s) = \begin{cases} 2\sum_{j \neq i} s_j + 1 & \text{if } s_i = 0; \\ 2\sum_{j \neq i} s_j & \text{if } s_i = 1. \end{cases}$$

DP este un exemplu clasic în care dacă jucătorii aleg raţional o strategie (joacă Nash) rezultatul jocului nu este cel mai bun pentru toţi jucătorii, echilibrul Berge-Zhukovskii fiind o alegere mai bună.

Algoritmul CrDE este utilizat pentru detectarea echilibrelor Nash şi k-Berge-Zhukovskii pentru şapte instanţe ale jocului DP. Se consideră o populaţie de 2, 10, 20, 50 şi 100 de jucători. Parametrii algoritmului CrDE sunt prezentaţi în tabelul 3. Tabelul 4 prezintă rezultatele obţinute: media şi deviaţia standard a distanţei între soluţia obţinută şi punctul teoretic de echilibru Berge-Zhukovskii şi Nash.

Un alt set de experimente utilizează algoritmul NSGA-II pentru acelaşi joc. Parametrii algoritmului sunt prezentaţi în tabelul 5. Media şi deviaţia standard a distanţei între soluţiile obţinute şi punctul teoretic de echillibru, pentru 30 de rulări independente, sunt prezentate în tabelul 6. Metoda utilizată se bazează pe [Deb et al., 2000] şi [Lung, Dumitrescu, 2008].

Table 4: Media şi deviaţia standard pentru echilibrele $(n-1)$-Berge-Zhukovskii (n reprezintă numărul de jucători) şi Nash pentru 30 de rulări independente ale algoritmului CrDE pentru jocul DP.

Nr jucători	Nash	$(n-1)$-Berge
2	0 ± 0	0 ± 0
10	0 ± 0	0 ± 0
20	0 ± 0	0 ± 0
50	0 ± 0	0 ± 0
100	0 ± 0	0 ± 0

Table 5: Parametrii algoritmului NSGA-II pentru jocul DP

Parametru	2	10	20	50	100
Dimensiunea populaţiei			50		
Nr max de evaluări		5×10^5		5×10^6	
Probabilitatea de încrucişare			0.9		
Probabilitatea de mutaţie			0.5		

Table 6: Media şi deviaţia standard pentru echilibrele $(n-1)$-Berge-Zhukovskii (n reprezintă numărul de jucători) şi Nash pentru 30 de rulări independente ale algoritmului NSGA-II pentru jocul DP.

No players	Nash equilibrium	$(n-1)$-Berge equilibrium
2	0 ± 0	0 ± 0
10	0 ± 0	0 ± 0
20	0 ± 0	0 ± 0
50	0 ± 0	3.93 ± 0.08
100	1.2 ± 0.29	4.02 ± 0.26

Detectarea evolutivă a echilibrelor joint

În următoarele considerăm jucători eterogeni. Fiecare jucător poate să aleagă un tip de raţionalitate cum vrea să joacă. Această idee a fost introdusă în [Dumitrescu et al., 2009a].

Să considerăm un joc cu n jucători. Fiecare jucător i are o mulţime de strategie S_i, şi un tip raţionalitate r_i (de exemplu $r_1 = Nash$, $r_2 = Aumann$, $r_3 = Pareto$, etc.).

Sistemul strategiilor joint este

$$(s_1|r_1, s_2|r_2, ..., s_n|r_n),$$

unde

$$(s_1, ..., s_n)$$

sunt profilele de strategii şi

$$(r_1, ..., r_n)$$

descrie tipul de raţionalitate a jucătorului.

Mulţimea strategiilor pentru jocul joint este M,

$$M = M_1 \times M_2 \times ... \times M_n,$$

unde M_i reprezintă mulţimea strategiilor pentru jucătorul i.

Relaţie generativă pentru echilibrul Nash–Berge-Zhukovskii

Să considerăm două strategii:

$$s = (s_1, s_2, ..., s_n),$$

şi

$$y = (s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*).$$

Mulţimea corespunzătoare a strategiilor sunt:

$$M_1 = (s_1|r_1, s_2|r_2, ..., s_n|r_n),$$

şi

$$M_2 = (s_1^*|r_1, s_2^*|r_2, ..., s_n^*|r_n).$$

Să notăm cu I_{NA} mulţimea jucătorilor care joc Nash, şi cu I_{BZ} mulţimea jucătoriilor care joc Berge-Zhukovskii.

$$I_{NA} = \{i \in \{1, ..., n\} | r_i = Nash\},$$

$$I_{BZ} = \{j \in \{1, ..., n\} | r_j = Berge - Zhukovskii\}.$$

Considerăm că $I_{NA} \cap I_{BZ} = \emptyset$.

Putem considera un operator P, $P : M \times M \to \mathbb{N}$, definit ca:

$$P(M_1, M_2) = card\{i \in I_{NA}, u_i(s^*) < u_i(s^*_{-i}, s_i), s_i \neq s^*_i\} +$$

$$+ card[i \in I_{BZ}, u_i(s^*) < u_i(s^*_i, s_{N-i})].$$

$P(M_1, M_2)$ reprezintă relaţia de calitate pentru echilibrul *joint Nash-Berge-Zhukovskii*.

Definiţie Fie $M_1, M_2 \in M$. Strategia M_1 este mai bună decât strategia M_2 ($M_1 \prec_{NB} M_2$), dacă şi numai dacă:

$$P(M_1, M_2) < P(M_2, M_1).$$

Considerăm că relaţia Nash–Berge-Zhukovskii induce echilibrul Nash–Berge-Zhukovskii.

Observaţie Dacă $I_{NA} = \emptyset$ atunci $P(x, y) = b(x, y)$.

Observaţie Considerând un joc în care $r_1 = r_2 = Nash$, relaţia $\prec_{NB}$ se reduce la relaţia generativă echilibrului Nash.

Observaţie Relaţii generative pentru echilibrele Nash-Aumann, Pareto-Aumann, Pareto–Berge-Zhukovskii pot fi definite asemănător.

Experimente numerice

Să considerăm un joc G_1 [Nessah et al., 2007], având funcţiile de câstig:

$$u_1(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_1 + x_2,$$

$$u_2(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_1 - x_2^2 - 3x_2, x_1, x_2 \in [-2, 1].$$

Figura 1 prezintă echilibrele Nash, Pareto, Berge-Zhukovskii, Pareto-Berge-Zhukovskii and Berge-Zhukovskii-Pareto. În Figura 2 sunt depictate echilibrele Nash, Pareto, Berge-Zhukovskii, Nash–Berge-Zhukovskii and Berge-Zhukovskii-Nash.

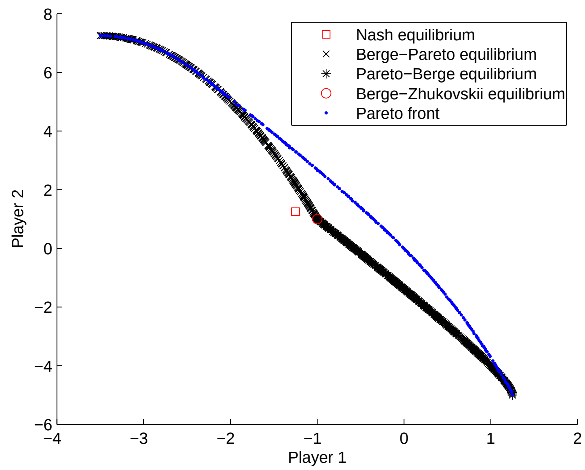

Figure 1: Câstigurile pentru echilibrele Nash, Pareto, Berge-Zhukovskii, Pareto–Berge-Zhukovskii, Berge-Zhukovskii–Pareto în jocul G_1

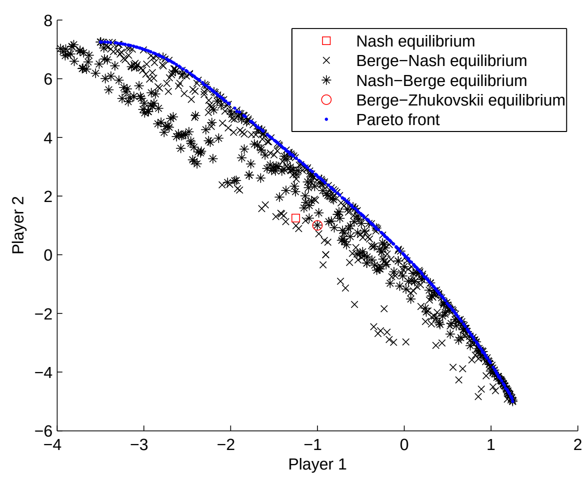

Figure 2: Câstigurile pentru echilibrele Nash, Pareto, Berge-Zhukovskii, Pareto–Berge-Zhukovskii, Berge-Zhukovskii–Pareto în jocul G_1

Concluzii

Rezumatul rezultatelor

Domeniul tezei este teoria computaţională a jocurilor. A rezolva un joc în teoria standard înseamnă a detecta echilibrul jocului.

Cel mai folosit concept în teoria ne-cooperativă a jocurilor este echilibrul Nash. În acest caz nici un jucător nu poate să devieze de la strategia de echilibru în speranţa creşterii câştigului. Exemple practice din teoria jocuriilor ne-cooperative arată că acest concept de echilibru nu este cel mai bun în toate cazurile. Un joc poate să aibă mai multe echilibre Nash ceea ce reprezintă o problemă de decizie pentru jucători. Pentru a rezolva problema alegeriilor multiple au fost propuse mai multe rafinări ale echilibrelor Nash (Aumann, modified strong Nash, coalition proof Nash, strong Berge etc.).

Echilibrul Berge-Zhukovskii este un concept de soluţie ce poate fi util pentru jocuri ce nu au nici un echilibru Nash, au mai multe echilibre Nash, sau echilibrul Nash nu asigură cel mai bun câştig.

Metodele computaţionale de detectare a echilibrelor nu sunt foarte bine reprezentate în literatura de specialitate. Această teză propune metode evolutive de detectare a echilibrelor de diferite tipuri.

În abordarea propusă un echilibru este caracterizat/descris de o relaţie generativă. În teză se propun relaţii generative pentru rafinările echilibrului Nash (Aumann, modified strong Nash, coalition proof Nash, strong Berge etc.). Sunt descrise relaţiile generative pentru echilibrele BZ, k-BZ, $\epsilon-$BZ. Se demonstrează faptul că unele dintre aceste echilibre sunt egale cu mulţimea strategiilor nedominate în raport cu relaţia generativă şi anumite echilibre sunt submulţimi ale mulţimii strategiilor nedominate. În lucrare se propun noi tipuri de echilibre (joint equilibria). Aceste echilibre combinate modelează jocuri cu jucători eterogeni. În acest caz jucătorii pot să aibă diferite specificităţi (egoist, altruist). Se descriu relaţiile generative ale acestor echilibre.

Se foloseste o metodă evolutivă (REED) pentru detectarea echilibrelor. Această metodă bazată pe nedominare în raport cu relaţia generativă permite o bună aproximare a echilibrelor.

Cercetări viitoare

Cercetările viitoare vor urmări aplicarea echilibrelor combinate în probleme economice. Se va urmări extinderea modelelor propuse pentru jocuri cu mulţi jucători. Modelele economice care implică un număr mare de jucători sunt exemple utile de aplicaţii.

Se vor studia şi alte tehnici evolutive pentru detectarea diferitelor tipuri de echilibre în cadrul jocuriilor ne-cooperative. Se va întreprinde un studiu comparativ al diferitelor metode.

O altă direcţie o reprezintă dezvoltatrea de noi tipuri de echilibre care să modeleze comportamentul jucătorilor reali. În teză s-au studiat doar jocuri cu jucători având doar două tipuri de raţionalitate. O generalizare pentru mai mulţi jucători şi mai multe tipuri de raţionalitate reprezintă o direcţie de cercetări următoare.

O altă direcţie de cercetări este analiza diferitelor tipuri de echilibre ca modele de interacţiuni strategice în optimizarea multicriterială.

Bibliography

[Abalo and Kostreva, 2005] Abalo, K. Y., Kostreva, M. M.: *Berge equilibrium: Some recent results from fixed-point theorems*, Applied Mathematics and Computation, 169, 624-638, 2005.

[Andelman et al., 2007] Andelman, N., Feldman, M., Mansour, Y.: *Strong Price of Anarchy*, SODA, 2007.

[Aumann, 1959] Aumann, R.: *Acceptable Points in General Cooperative n Person Games*, Contributions to the Theory of Games, vol. IV, Annals of Mathematics Studies, 40, 287-324, 1959.

[Aumann, Hart, 1992] Aumann, R., Hart, S.(Eds.): *Handbook of Game Theory*, Handbooks in Economics (11), vol. 1, North-Holland, Amsterdam, 1992.

[Barlo and Dalkiran, 2009] Barlo, M., Dalkiran, N. A.: *Epsilon-Nash implementation*, Economics Letters, vol. 102, 1, 36-38, 2009.

[Berge, 1957] Berge, C.: *Théorie générale des jeux á n-personnes*, Gauthier Villars, Paris, 1957.

[Bernheim et al., 1987] Bernheim, B. D., Peleg, B., Whinston, M. D.: *Coalition-proof equilibria. I. Concepts.* Journal of Economic Theory, vol. 42, 1-12, 1987.

[Borm et al. 1992] Borm, P., Otten, G-J., Peters, H.: *Core Implementation in Modified Strong and Coalition Proof Equilibria*, Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Operationnelle, vol. 34, 187-197, 1992.

[Cournot, 1897] Cournot, A.: *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, New York: Macmillan, 1897.

[Deb et al., 2000] Deb, K., Agrawal, S., Pratab, A., Meyarivan, T.: *A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II*, Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference, Paris, France, vol. 1917/2000, 849-858, 2000.

[Deb and Beyer, 1995] Deb, K., Beyer, H.: *Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover*, Complex Systems, vol. 9, 431-454, 1995.

[Dumitrescu et al., 2011a] Dumitrescu, D., Lung, R. I., **Gaskó, N.**: *Detecting Strong Berge Pareto Equilibrium in a Non-Cooperative Game Using an Evolutionary Approach*, 6th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI 2011), 101-104, 2011.

[Dumitrescu et al. 2011b] Dumitrescu, D.,Lung, R. I., **Gaskó, N.**, *An Evolutionary Approach of detecting some refinements of the Nash equilibrium*, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, 113-118, 2011.

[Dumitrescu et al., 2010a] Dumitrescu, D., Lung, R. I., **Gaskó, N.**, Mihoc, T. D.: *Evolutionary detection of Aumann equilibrium*, Genetic And Evolutionary Computation Conference, 827-828, 2010.

[Dumitrescu et al., 2010b] Dumitrescu, D., Lung, R. I., **Gaskó, N.**, Nagy, R.: *Job Scheduling and Bin Packing from a Game Theoretical Perspective. An Evolutionary Approach*, 12th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, 209-214, 2010.

[Dumitrescu et al., 2010c] Dumitrescu, D., Lung, R. I., **Gaskó, N.**, *An Evolutionary Approach for Detecting Aumann Equilibirum in Congestion Games*, 11th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics, 43-46, 2010.

[Dumitrescu et al., 2009a] Dumitrescu, D., Lung, R. I., Mihoc, T. D.: *Evolutionary Equilibria Detection in Non-cooperative Games*, EvoStar2009, Applications of Evolutionary Computing, Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin / Heidelberg, vol. 5484, 253-262, 2009.

[Dumitrescu et al., 2009b] Dumitrescu, D., Lung, R. I., Mihoc, T. D.: *Generative Relations for Evolutionary Equilibria Detection*, Proceedings of the 11th Annual conference on Genetic and Evolutionary Computation, 1507-1512, 2009.

[Dumitresu et al., 2009c] Dumitrescu, D., Lung, R. I., Mihoc, T. D.: *Equilibria Detection In Electricity Market Games*, Proceedings of the International Conference on Knowledge Engineering, Principles and Techniques, KEPT2009, 111-114, 2009.

[Eiben and Smith, 2003] Eiben, A. E., Smith, J. E.: *Introduction to Evolutionary Computing*, Springer, Natural Computing Series, 2003.

[Epstein, Kleiman, 1995] Epstein, L., Kleiman, E.: *Selfish Bin Packing*, Algorithms - ESA 2008, Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag Berlin / Heidelberg, vol. 5193, 368-380, 1995.

[Feldman, Tabir, 2008] Feldman, M., Tamir, T.: *Approximate Strong Equilibrium in Job Scheduling Games*, Proceedings of the 1st International Symposium on Algorithmic Game Theory, Springer-Verlag Berlin / Heidelberg, 58-69, 2008.

[Flood, 1958] Flood, M. M.: *Some experimental games*, Management Science 5, 526, 1958.

[Fogel, 1962] Fogel, L. J.: *Toward inductive inference automata*, International Federation for Information Processing Congress, 395-399, 1962.

[Fonseca, Fleming, 1993] Fonseca, C. M., Fleming, P. J.: *Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization*, Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, San Mateo, California, 416-423, 1993.

[Fourman, 1985] Fourman, M. P.: *Compaction of symbolic layout using genetic algorithms*, Genetic Algorithms and Their Applications: Proceeding of the First International Conference on Genetic Algorithms, 141-153, 1985.

[Gasko et al., 2011a] **Gaskó, N.**, Dumitrescu, D., Lung, R. I.: *Modified Strong and Coalition Proof Nash Equilibria. An Evolutionary Approach*, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, LVI, 3-10, 2011.

[Gasko et al., 2011b] **Gaskó, N.**, Dumitrescu, D., Lung, R. I.: *Evolutionary detection of Berge and Nash equilibria*, Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization, NICSO 2011.

[Gasko et al., 2011b] **Gaskó, N.**, Lung, R. I., Dumitrescu, D., *Detecting Different Joint Equilibria with an Evolutionary Approach*, 9th IEEE International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics, 343-347, 2011.

[Gintis, 2009a] Gintis, H.: *Game theory evolving*, Princeton University Press, 2009.

[Gintis, 2009b] Gintis, H.: *The Bounds of reason, Game Theory and the Unification of the Behavioral Sciences*, Princeton University Press, 2009.

[Greenberg, 1987] Greenberg, J.: *The core and the solution as abstract stable sets*, mimeo, University of Haiffa, 1987

[Hajela, Lin, 1998] Hajela, P., Lin, C.: *Genetic Search Strategies in Multi-Criterion Optimal Design*, Structural Optimization, 4, 99-107, 1998.

[Holland, 1975] Holland, J.: *Adaptation in natural and artificial systems*, University of Michingan Press, 1975.

[Holzman, Law-Yone, 1997] Holzman, R., Law-Yone, N.: *Strong equilibrium in congestion games*, Games and Economic Behavior, vol. 21, 85-101, 1997.

[Horn et al., 1994] Horn J., Nafpliotis, N., Goldberg, D.E.: *A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization*, Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, 1, 82-87, 1994.

[Istenes et al., 2011] Istenes, Z., **Gaskó, N.**, Dumitrescu, D.: *Robotics from a Game Theoretic Approach*, Studia Universitatis Babes-Bolyai, Series Informatica, accepted paper.

[Keiding, Peleg, 2002] Keiding, H., Peleg, B.: *Representation of effectivity functions in coalition proof Nash equilibrium: A complete characterization*, Social Choice and Welfare, 19, 241-263, 2002.

[Knowles, Corne, 1999] Knowles, J., Corne, D.: *The pareto archived evolution strategy: a new baseline algorithm for Pareto multiobjective optimisation*, Congress on Evolutionary Computation, Washington D.C., IEEE Service Centre, vol. 1, 98-105, 1999.

[Knowles, Corne, 2000] Knowles, J., Corne, D.: *Approximating the nondominated front using the pareto archived evolution strategy*, Evolutionary Computation, 8(2), 149-172, 2000.

[Koza, 1992] Koza, J. R.: *Genetic programming*, MIT Press, 1992.

[Kursawe, 1991] Kursawe, F.: *A variant of evolution strategies for vector optimization*, Parallel Problem Solving from Nature, First workshop proceedings, Lecture notes in Computer Science, vol. 496, 193-197, 1991.

[Lung, Dumitrescu, 2008] Lung, R. I., Dumitrescu, D.: *Computing Nash Equilibria by Means of Evolutionary Computation*, International Journal of Computers, Communications & Control, vol. 3, 364-368, 2008.

[Nash, 1951] Nash, J. F.: *Non-cooperative games*, The Annals of Mathematics,vol. 54, 286-295, 1951.

[Neel et al., 2006] Neel, J. ,Reed, J., MacKenzie, A.: *Cognitive Radio Network Performance Analysis*, Cognitive Radio Technology, B. Fette, ed., Elsevier, Burlington MA July, 2006.

[Nessah, Guoqiang, 2009] Nessah, R., Guoqiang, T.: *On the Existence of Strong Nash Equilibria*, Working Paper , 2009-ECO-06.

[Nessah et al., 2007] Nessah, R., Larbani, M., Tazdait, T.: *A note on Berge equilibrium*, Applied Mathematics Letters, vol. 20, Issue 8, 926-932, 2007.

[Nessah et al., 2008] Nessah, R., Tazdait, T., Larbani, M.: *Strong Berge and Pareto equilibrium existence for a non-cooperative game*, Working paper, 2008.

[Osborne, 2004] Osborne, M.: *An Introduction to Game Theory*, Oxford University Press, New York, 2004.

[Papadimitriou, 1994] Papadimitriou, C. H.: *On the complexity of the parity argument and other inefficient proofs of existence*, Journal of Computer and System Sciences, vol. 48, 3, 498-532, 1994.

[Ray, 1989] Ray, D.: *Credible coalitions and the core*, International Journal of Game Theory, 18, 185-187, 1989.

[Rechenberg, 1973] Rechenberg, I.: *Evolutionsstrategie: Optimierung technischer systeme nach prinzipen der biologischen evolution*, Frommann-Holzboog Verlag, 1973.

[Rosenthal, 1973] Rosenthal, R. W.: *A Class of Games Possessing Pure-Strategy Nash Equilibria*, International Journal of Game Theory, vol. 2, 65-67, 1973.

[Rosenthal, 1981] Rosenthal, R.: *Games of perfect information, predatory pricing, and the chain store paradox*, Journal of Economic Theory, vol. 25, 92-100, 1981.

[Roughgarden, 2005] Roughgarden, T.: *Selfish routing with atomic players*, Proc. The 16th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), Vancouver, Canada, 1184 - 1185, 2005.

[Schaffer, 1985] Schaffer, J. D.: *Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms*, Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, 93-100, 1985.

[Schmeidler, 1973] Schmeidler, D.: *Equilibrium Points of Nonatomic Games*, Journal of Statistical Physics, 17 (4), 295-300, 1973.

[Schwefel, 1973] Schwefel, H.-P.: *Numerical optimization of computer models*, John Wiley, 1973.

[Srinivas, Deb, 1994] Srinivas, N., Deb., K.: *Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms*, Evolutionary Computation, 2(3), 221-248, 1994.

[Storn, Price, 1995] Storn, R., Price, K.: *Differential evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*, Berkeley, CA, Tech. Rep., TR-95-012, 1995.

[Thomsen, 2004] Thomsen, R.: *Multimodal optimization using crowding-based differential evolution*,Proceedings of the 2004 IEEE Congress on Evolutionary Computation, IEEE Press, vol. 2, 1382-1389, 2004.

[Zhukovskii, 1994] Zhukovskii, V. I.: *Linear Quadratic Differential Games*, Naukova Doumka, Kiev, 1994.

[Zitzler et al. 2003] Zitzler, E., Laumanns, M., Bleuler, S.: *A Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization*, Workshop on Multiple Objective Metaheuristics (MOMH 2002), Springer-Verlag, Berlin, 3-38,2003.

[Zitzler, Thiele, 1999] Zitzler, E., Thiele, L.: *Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 3(4), 257-271, 1999.