Universitatea Babeş Bolyai Cluj-Napoca
Facultatea de Matematică şi informatică

– rezumatul tezei de doctorat –

Detectarea Echilibrelor în Teoria Jocurilor – Abordare Evolutivă

Autor:
Tudor-Dan Mihoc

Conducător:
Prof. D. Dumitrescu

Cuvinte cheie: teoria jocurilor, echilibrul Nash, echilibrul Nash-Pareto, metode evolutive

Cuprinsul tezei:

5. **Concluzii**

Bibliografie

Publicaţii:
Indexate ISI Thomson

D. Dumitrescu, R. I. Lung and **T. D. Mihoc**: *Meta-Rationality in Normal Form Games*, International Journal of Computers, Communications & Control V(5), volume V, 693–700, December 2010.

D. Dumitrescu, R. I. Lung and **T. D. Mihoc**: *Evolutionary equilibria detection in non-cooperative games*, Applications of Evolutionary Computing, M. Giacobini, et. all, editors, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 5484, 253–262. Springer Berlin/Heidelberg, (EVOSTAR 2009), 2009.

R. I. Lung, **T.D. Mihoc** and D. Dumitrescu: *Nash equilibria detection for multi-player games*, IEEE Congress on Evolutionary Computation, IEEE, 1–5, 2010.

D. Dumitrescu, R. I. Lung, **T. D. Mihoc** and R. Nagy: *Fuzzy Nash-Pareto Equilibrium: Concepts and Evolutionary Detection*, Applications of Evolutionary Computation, volume 6024, C. Di Chio et all.,editors, Springer Berlin/Heidelberg, 71–79, 2010.

D. Dumitrescu, R. I. Lung and **T. D. Mihoc**: *Evolutionary Approaches to Joint Nash – Pareto Equilibria*, Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NICSO 2010), volume 284, J. González et. all, editors, Springer Berlin/Heidelberg, 233–243, 2010.

Indexate BDI:

D. Dumitrescu, R. I. Lung and **T. D. Mihoc**: *Generative relations for evolutionary equilibria detection*, Proceedings of the 11th Annual conference on Genetic and evolutionary computation, GECCO'09, 1507–1512, ACM, New York, NY, USA, 2009.

D. Dumitrescu, R. I. Lung and **T. D. Mihoc**: *Approximating and combining equilibria in non-cooperative games*, Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC), 2009 11th International Symposium on, 356 – 360. IEEE, 2009.

D. Dumitrescu, R. I. Lung and **T. D. Mihoc**: *Equilibria detection in electricity market games*, Knowledge Engineering: Principles and Techniques Conference (KEPT) 2009, M. Frentiu and H. F. Pop, editors, 111–114, 2009.

D. Dumitrescu, R. I. Lung, N. Gaskó and **T. D. Mihoc**: *Evolutionary Detection of Aumann equilibrium*, Genetic And Evolutionary Computation Conference (GECCO 2010), ACM, New York, USA, 827–828, 2010.

T. D. Mihoc, R. I. Lung and D. Dumitrescu: *Notes on a Fitness Solution for Nash Equilibria in Large Games*, Proceedings of CINTI 2010, IEEE press, 53–56, 2010.

M. Sărăsan, **T. D. Mihoc**, R. I. Lung and D. Dumitrescu: *Global Search and Local Ascent for Large Cournot Games*, Studia Univ. Babeş–Bolyai, Informatica, LV(4), volume LV, 85–92, December 2010.

T. D. Mihoc, R. I. Lung, N. Gaskó and D. Dumitrescu: *Nondomination in large games: Berge-Zhukovskii equilibrium*, Studia Univ. Babeş–Bolyai, Informatica, (LVI)2, 101–106, June 2011.

Cuprins

Capitolul 1
Introducere

Acest capitol conţine o scurtă introducere şi formularea problemei ce urmează a fi studiată. Principalele contribuţii sunt de asemenea prezentate. Organizarea tezei pe capitole este la finalul acestei părţi.

Teoria jocurilor (**GT**) este intens utilizată în economie, ştiinte sociale, biologie, inginerie, informatică, precum şi în filosofie. Este încercarea de a modela comportamentul agenţilor în situaţii strategice, în care succesul unui individ depinde de opţiunile altora.

Echilibrele sunt soluţiile cele mai comune propuse în GT. În scopul de a oferi o soluţii cât mai apropiate de realitate au fost dezvoltate mai multe concepte de echilibre. Probabil că printre acestea cel mai renumit este echilibrul Nash.

Conceptele de echilibru sunt motivate în mod diferit, în funcţie de domeniul de aplicare, deşi de multe ori acestea se suprapun sau coincid. Detectarea echilibrelor este o problemă fundamentală de calcul în teoria jocurilor non-cooperative, având conexiuni cu optimizarea multicriterială.

Formularea Problemei Obiectivul principal este de a detecta toate echilibrele de un anumit tip ale unui joc, şi de a dezvolta alte tipuri de echilibre care modelează comportamentul unor jucători reali.

Calculul echilibrului Nash este una din problemele centrale, deschise în Teoria Jocurilor din cauza complexităţii sale. Algoritmii clasici determinişti folosiţi în detectarea unor aproximări ale acestui echilibru pentru n-jucatori s-au dovedit a fi exponenţiali.

Vom lucra cu jocuri în formă normală, cu strategii pure, în scopul de a simplifica opţiunile jucătorilor. În cazul în care funcţiile de câştig sunt semicontinue şi cvasi-concave atunci există cel puţin un echilibru ε-Nash în strategii pure pentru orice ε pozitiv. Modelele matematice implicate în simulările numerice îndeplinesc aceste condiţii.

Conceptul de joc strategic a fost de asemenea generalizat pentru a putea considera jucători cu raţionalităţi diferite.

Contribuţii Principalele contribuţii ale acestei teze sunt:

- Un nou concept de joc ne-cooperativ generalizat, în care jucătorii au voie să aibă tipuri diferite de raţionalitate. Nash presupune că toţi jucătorii sunt egoişti şi îşi urmăresc propriile scopuri. Însă în realitate oamenii au un comportament mai altruist. Profilul de strategie este modificat pentru a putea include tendinţele jucătorilor.

  Sunt introduse echilibre noi pentru jocuri generalizate prin combinarea conceptelor existente, oferind astfel noi soluţii. Sunt aplicate metode evolutive pentru a detecta noile tipuri de echilibre. O măsură a calităţii bazată pe non-dominare este construită prin combinarea diferitelor relaţii de dominare (cum ar fi Pareto sau Nash).

- Câteva relaţii noi de dominare pentru echilibrele Nash şi ε-Nash. Noile relaţii sunt folosite pentru ghida operatorii de căutare către bune aproximări ale echilibrelor Nash, şi ε-Nash, respectiv.

  Este introdus conceptul de echilibru ε-Nash non-uniform, care generalizează echilibrul ε-Nash. Sunt stabilite relaţii generative pentru noul echilibru şi soluţia este calculată folosind tehnici evolutive bazate pe ne-dominare.

  Pentru a încerca detectarea unor aproximari ale echilibrelor în jocuri mari, cu număr mare de jucători, se investighează relaţiile generative pentru echilibrul Nash prin comparaţie cu dominarea Pareto. De asemenea, sunt dezvoltate metode evolutive adecvate jocurilor cu foarte mulţi jucatori.

Capitolul 2

Noţiuni şi rezultate preliminare

Capitolul 2 prezintă mai multe noţiuni de bază din teoria jocurilor, cum ar fi jocuri ne-cooperative în formă normală, strategii pure şi profile de strategie. După aceste definiţii sunt descrise câteva exemple de jocuri celebre (jocuri de tip Cournot, Bertrand, jocuri cuantice şi dilema prizonierilor). Sunt discutate apoi conceptele de soluţii în teoria jocurilor şi este descris un cadru formal pentru studiul relaţiilor generative.

Un joc constă dintr-un set de jucători (agenţi), pentru fiecare jucător un set de strategii disponibile pentru el, precum şi o funcţie de câştig.

Ţinând cont de relaţiile dintre jucători teoria jocurilor poate fi împărţită în două părţi majore: jocuri cooperative şi ne-cooperative. Vom lua în considerare aici **jocuri necooperative** cu soluţii în **strategii pure**.

Jucătorii vor fi, de asemenea, complet raţionali şi vor dispune de informaţii complete cu privire la joc. Acest lucru înseamnă că fiecare jucător ia cele mai bune decizii raţional în vederea realizării scopului său (un profit maxim, de exemplu) şi că fiecare jucător ştie ce strategii joacă ceilalţi jucători precum şi rezultatele finale.

Spaţiul de căutare al unui jucător este multimea tuturor strategiilor puse la dispoziţia sa. Mulţimea strategiilor disponibile unui jucător poate fi discretă (de exemplu în jocul dilema prizonierilor) sau continuu (ca în oligopolurile de tip Cournot).

Un profil de strategie (sau simplu "o strategie") este un plan complet de acţiune pentru fiecare etapă a jocului, indiferent dacă această etapă apare sau nu în joc.

Jocurile în formă normală vor fi reprezentate sub formă de matrice pentru mulţimi de strategii discrete.

Definiţie 1 *Un joc strategic finit este definit [27] ca un sistem*

$$\Gamma = (N, S, U)$$

unde:

- $N = \{1, ..., n\}$ *este mulţimea celor n jucători;*
- *pentru fiecare jucător* $i \in N$, $S_i = \{s_{i_1}, s_{i_2}, ..., s_{i_m}\}$ *reprezintă mulţimea posibilelor acţiuni (strategii pure) disponibile jucătrorului i;*
- $S = S_1 \times S_2 \times ... \times S_n$ *este mulţimea tuturor situaţiilor posibile in joc;*
- *un profil de strategie este un element din S;*
- *pentru fiecare jucător* $i \in N$, $u_i : S \to R$ *avem funcţia de câştig*

$$U = (u_1, u_2, ..., u_n).$$

Fie profilul de strategie s^*.

Vom nota prin (s_{ij}, s^*_{-i}) profilul de strategie obţinut din s^* înlocuind strategia jucătorului i cu s_{ij} i.e.

$$(s_{ij}, s^*_{-i}) = (s^*_i, s^*_2, ..., s^*_{i-1}, s_{ij}, s^*_{i+1}, ..., s^*_n).$$

unde s^*_{-i} este profilul de strategie din care a fost eliminată strategia jucătorului i.

Detectarea tuturor echilibrelor pentru un anumit joc Γ poate fi făcută utilizând tehnici evolutive în mod similar cu detectarea frontului Pareto la o problemă de optimizare cu mai multe obiective. Există multe similitudini între problemele de optimizare cu mai multe obiective şi rezolvarea jocurilor. Recent, o tehnică evolutivă a fost dezvoltată pentru detectarea echilibrelor Nash.

Din punct al optimizării multi-obioective, o particularitate a jocurilor este faptul că numărul de jucători este egal cu numărul de variabile şi cu numărul de obiective.

Capitolul 3

Echilibre în teoria jocurilor

In capitolul 3 sunt descrise soluţiile în teoria jocurilor (echilibrele) şi mai multe relaţii generatoare corespunzătoare lor. Conceptul de joc non-cooperativ este generalizat luând în considerare raţionalitatea jucătorilor. O nouă relaţie generativă pentru ε-Nash şi ε-Nash non-uniform este introdusă. De asemenea, prin combinarea dintre raţionalitatea Nash şi raţionalitatea Pareto (comportament egoist şi unul altruist), un nou echilibru este definit – echilibrul Nash-Pareto.

Definiţie 2 *Profilul de strategie s^* este un echilibru Nash dacă şi numai dacă inegalitatea $u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s^*_{-i})$ este adevarată pentru orice strategie s_i a jucătorului i, $s_i \in S_i$.*

Notăm cu $k(s', s'')$ numarul de strategii individuale care prin înlocuire din s' în s'' duc la un câştig mai mare pentru jucătorul corespondent.

$$k(s'', s') = card\{i \in \{1, ..., n\} | u_i(s'_i, s''_{-i}) > u_i(s''), s'_i \neq s''_i\}.$$

Cu alte cuvinte $k(s'', s')$ este numărul de jucători care beneficiază prin schimbarea strategiilor de la s'' la s'.

Fie

$$m(s'', s') = n - k(s'', s')$$

o măsură a calităţii relative a lui s'' faţă de s'.

Fie relaţia R_N pe $S \times S$:

$$(s', s'') \in R_N$$

dacă şi numai dacă s' e mai bun decât s'' relativ la m, i.e.

$$m(s', s'') > m(s'', s').$$

Astfel $(s', s'') \in R_N$ dacă şi numai dacă $k(s', s'') < k(s'', s')$.

Propoziţie 1 *R_N este relaţia generativă pentru echilibrul Nash, i.e. mulţimea strategiilor nedominate în raport cu relaţia R_N este echilibrul Nash al jocului.*

Un concept de soluţie care reflectă ideea că jucătorii nu ar fi înclinaţi să schimbe strategia lor în cazul în care plusul de câştig este mai mic decât o anumită valoare duce la ideea echilibrului ε-Nash.

Definiţie 3 *Profilul de strategie s^* este un echilibru ε-Nash dacă inegalitatea*

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s^*_{-i}) + \varepsilon$$

are loc pentru orice s_i a jucătorului i, $s_i \in S_i$.

Într-un joc cu n jucători este natural să se presupună că jucătorii au tendinţe diferite faţă de riscurile acceptate şi faţă de posibilele câştiguri. Există mai multe moduri pentru a exprima aceste particularităţi ale jucătorilor. Putem cuantifica interesele diferite ale fiecărui jucător i print diferite valori pentru ε_i. Aceasta reprezintă o generalizare a echilibrului clasic ε-Nash. L-am numit echilibrul ε-Nash non-uniform.

Să considerăm vectorul

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n),$$

unde $\varepsilon_i > 0$ reprezintă o perturbare asociată jucătorului i.

Definiţie 4 *Strategia $s^* \in S$ este un echilibru ε-Nash non-uniform dacă inegalitatea*

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s^*_{-i}) + \varepsilon_i$$

are loc pentru orice s_i a jucătorului i, $s_i \in S_i$, $i = \{1, 2, ..., n\}$.

Jocuri Generalizate

O întrebare firească este ce se întâmplă în cazul în care jucătorii concurează unul împotriva celuilalt bazându-se pe diferite tipuri de raţionalitate. O soluţie a fost generalizarea unui joc astfel încât jucătorii nu sunt uniformi în ceea ce priveţe tipul lor de raţionalitate. Tipul de raţionalitate poate fi considerat ca reflectând interesele fiecărui jucător. De exemplu, jucătorii pot fi mai mult sau mai puţin cooperanţi, mai mult sau mai puţin competitivi.

Vom presupune că tipul de raţionalitate este descris printr-o meta-strategie adecvată. Într-un joc jucătorii pot avea astfel diferite meta-strategii. Noua paradigmă oferă o viziune mai realistă şi deschide totodata posibilitatea de a dezvolta în continuare teoria jocurilor precum şi abordarea unor aplicaţii mai semnificative. De exemplu, sistemele multi-agent ar putea beneficia de noua abordare.

O meta-strategie e un sistem

$$(s_1|r_1, s_2|r_2, ..., s_n|r_n),$$

unde $(s_1, ..., s_n)$ este profilul de strategie clasic şi r_1, .., r_n sunt tipurile de raţionalitate a jucătorilor.

Relaţia generativă pentru echilibrul Nash-Pareto

Să considerăm două meta-strategii

$x = (x_1|r_1, x_2|r_2, ..., x_n|r_n)$, şi $y = (y_1|r_1, y_2|r_2, ..., y_n|r_n)$.

Notăm prin I_N mulţimea jucătorilor cu o raţionalitate Nash (jucători-N) şi prin I_P mulţimea jucătorilor cu o raţionalitate Pareto (jucători-P). Vom avea

$$I_N = \{i \in \{1, ..., n\}|r_i = \text{Nash}\},$$

şi

$$I_P = \{j \in \{1, ..., n\}|r_j = \text{Pareto}\}.$$

Introducem operatorul E, ce măsoară eficienţa relativă a meta-strategiilor: $E : M \times M \to \mathbf{N}$, definit ca

$$E(x, y) = card(\{i \in I_N|u_i(x_i, y_{-i}) \geq u_i(y), x_i \neq y_i\} \cup \{j \in I_P|u_j(x) < u_j(y), x \neq y\}).$$

Definiţie 5 *Fie $M_1, M_2 \in M$. Meta-strategia M_1 e mai eficientă ca meta-strategia M_2, şi scriem $M_1 < E\, M_2$, dacă şi numai dacă*

$$E(M_1, M_2) < E(M_2, M_1).$$

Capitolul 4

Metode evolutive pentru detectarea echilibrelor

Capitolul 4 propune diferite tehnici evolutive pentru a detecta rapid o bună aproximare a echilibrelor unui joc. Mai multe relaţii generative sunt propuse, relaţii care intenţionează să îmbunătăţească cele deja dezvoltate. De exemplu printre ele fiind ceea care utilizează diferenţe între câştiguri, sau relaţia probabilistică Nash.

Fie R o relaţie generativă pentru un echilibru specific E. O successiune de aproximări a mulţimii echilibrelor E poate fi construită folosind metode de selectie a indivizilor bazată pe relaţia generativă R si operatorii de variaţie.

O populaţie de strategii este evoluată. Un membru al populaţiei este un vector n-dimensional ce reprezintă o strategie de $s \in S$. Populaţia iniţială este generată aleator. Populaţia de strategii de la iteraţa t poate fi considerată ca aproximarea curentă a echilibrului. Aplicarea ulterioară a unor operatori (cum ar fi încrucişarea binară simulată (SBX) şi mutaţia polinomială reală) va fi ghidată de un operator de selecţie specific indus de relaţia generativă.

Selecţia pentru supravieţuire se poate face folosind o procedură bazată pe acelaşi operator de selecţie sau pe altul, de asemenea corelat cu relaţia generativă.

În acest fel, populaţi succesive devin noi aproximări ale echilibrului căutat, care sperăm că sunt mai bune decât cele anterioare.

Această abordare poat fi rezumată în metoda descrisă mai jos.

metoda REED

1: $t = 0$;
2: Se generează aleator populaţia de strategii $P(0)$;
3: REPETĂ

4: Se aplică selecţia turnir şi recombinarea folosind operatrul (SBX) $P(t) \to Q$;
5: Aplicăm mutaţia pe $Q \to P$;
6: Calculăm rangul fiecărui individ din populaţie $P(t) \in P$ relativ la relaţia generativă. Ordonăm populaţia după acest rang $(P(t) \cup P)$;
7: Selectăm în funcţie de rang indivizii supravieţuitori $\to P(t+1)$;
8: PÂNĂ CÂND atingem numărul maxim de generaţii

Fie un joc de tipul Cournot, cu doi jucători.

Presupunem că sunt două companii, care fac acelaşi produs în cantităţiile q_1 şi respectiv q_2. Costul de produţie pentru fiecare este $C_i(q_i) = cq_i$ pentru toată cantitatea q_i.

Încasările sunt date de funţia:

$$P(Q) = \begin{cases} a - Q & \text{, dacă } Q \leq a \\ 0 & \text{, altfel} \end{cases}$$

Parametrii a şi c sunt determinaţi deobicei experimental. Îi putem considera în continuare $a = 24$ şi $c = 9$.

Profitul firmei i va fi:

$$\pi_i(q_i, q_j) = q_i P(Q) - C_i(q_i) = q_i \left[a - (q_i + q_j) - c\right].$$

Echilibrul Nash pentru acest joc este: $q^* = (q_1^*, q_2^*) = (\frac{1}{3}(a-c), \frac{1}{3}(a-c))$.

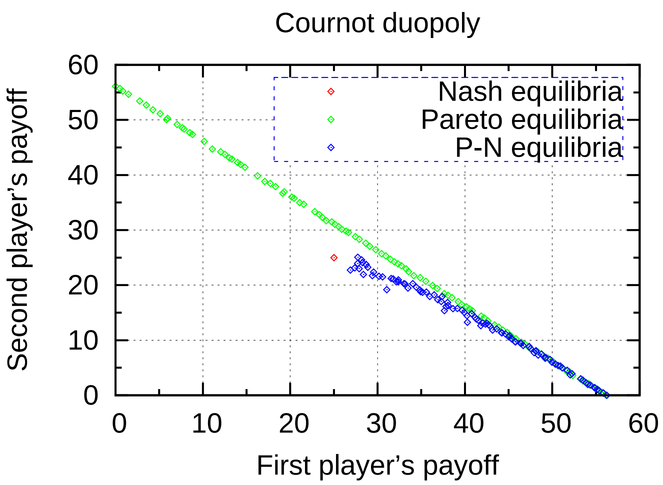

Figura 4.1: Reprezentare în spaţiul câştigurilor a echilibrelor Nash, Pareto şi PN detectate folosind metoda REED în 3 rulări difertie câte una pentru fiecare echilibru în parte.

Relaţia generativă pentru echilibrul Nash bazat pe diferenţe O nouă relaţie generatoare pentru echilibrul Nash este prezentată [18]. Această relaţie se bazează pe diferenţa dintre câştigul după perturbare şi înainte de perturbarea strategiei unui jucător.

Introducem măsura

$$m(y, x) = \sum_{i \in N} (u_i(x_i, y_{-i}) - u_i(y)).$$

Definiţie 6 *Profilul de strategie x domină y şi scriem $x <_{DGN} y$ dacă inegalitatea*

$$m(x, y) < m(y, x),$$

are loc întotdeauna.

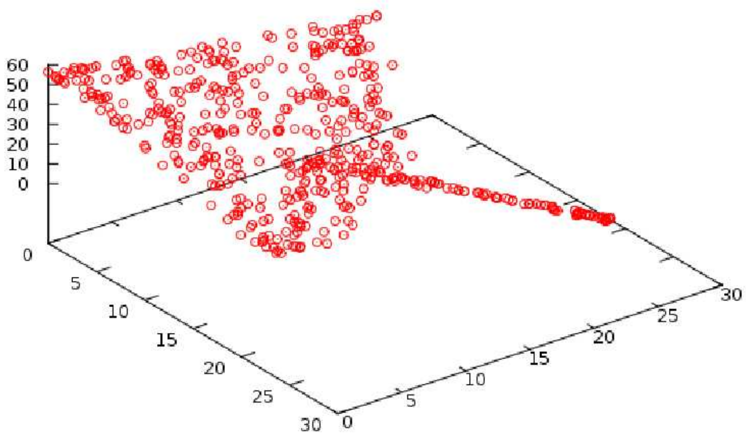

Figura 4.2: Câştigurile detectate în mai puţin de 30 de generaţii pentru relaţia Nash-Nash-Pareto pentru un joc de tip Cournot simetric folosind relaţia generativă Nash–Pareto

Am folosit pentru exemplificare un model Cournot simetric cu parametrii $a = 24$ şi $c_1 = c_2 = c_3 = 9$. Mai multe experimente numerice au fost efectuate pentru acest joc, folosind tehnica REED şi această relaţie generativă.

Conform rezultatelor, în mai puţin de 30 generaţii, algoritmul converge la punctul de echilibru Nash (14.00, 14.00, 14.00), pentru fiecare relaţie. Observăm că relaţia de dominare Nash nou introdusă oferă rezultate mai precise decât relaţia bazată Nash anterioară.

Alte experimente cu diverse combinaţii de raţionalitate sunt de asemenea prezentate in teză.

Capitolul 5

Metode evolutive pentru Jocuri Mari (Large Games)

În Capitolul 5 se investighează utilizarea unor tehnici evolutive pentru jocuri mari, jocuri care au un număr foarte mare de jucători. Pentru aceasta, mai multe metode evolutive sunt folosite, cum ar fi, de exemplu, *differential evolution* sau algoritmi memetici. În scopul de a găsi o aproximaţie cât mai bună a echilibrelor aplicăm metode de căutare locale şi globale.

Creşterea numărului de jucători este una dintre provocările cu care se confruntă teoria computaţională a jocurilor in mod oarecum similar cu problemele ce apar la creşterea numărului de obiective în optimizarea multi-obiectiv.

Coeficientul de dominare relativă Relaţiile sunt analizate cu ajutorul unui coeficient de dominare relativă în scopul de a examina posibila utilizare a acestor relaţii pentru jocuri mari.

Să considerăm o mulţime P de m profile de strategie,

$$R \subset S_1 \times S_2 \times ... \times S_n.$$

În scopul de a compara relaţiile generative pentru Nashşi Pareto în populaţia P vom considera un *coeficient de dominare relativă* [32]

$$K_{rd} = \frac{D}{T},$$

unde D reprezintă numărul de perechi din P, în care un individ domină pe celalalt, şi T numărul total de perechi unice de indivizi din P.

Dacă avem în vedere un joc de tip Cournot, şi o populaţie aleatorie P de strategii şi vom compara K_{rd} pentru relaţiile Pareto şi Nash vom obţine rezultatele prezentate în figura 5.1. Pentru Pareto rezultatele sunt similare cu cele din literatura de specialitate. Pe măsură ce creşte numărul de jucători, şansele ca doi indivizi din P sa se domine unul pe altul sunt extrem de scăzute.

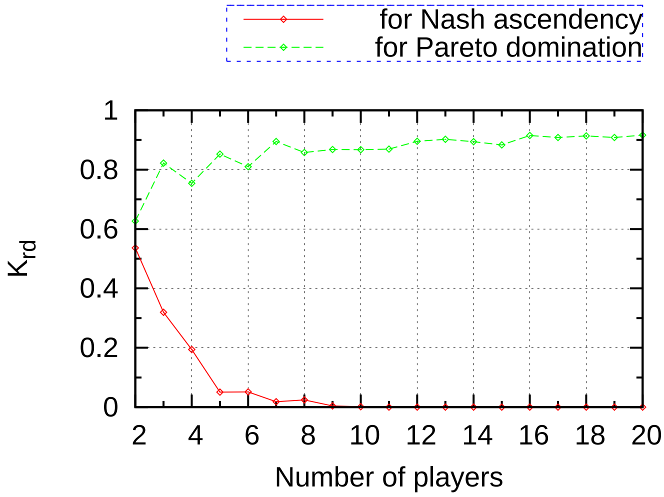

Figura 5.1: Coeficientul de dominare relativă calculat pentru dominarea Nash şi respectiv Pareto, pentru un joc de tipul Cournot şi o populaţie generată aleator de 50 strategii.

Pentru relaţia generativă Nash lucrurile sunt destul de diferite: pe măsură ce creşte numărul de jucători la fel creşte şi K_{rd} (a se vedea figura 5.1), iar numărul de indivizi indiferenţi unul faţă de celălalt realtiv la relaţia generativă tinde la zero.

Relaţia Probabilistică Nash La evaluarea relaţiei Nash pentru două profile de strategie, trebuie să fie calculate $2N$ funcţii de câştig. Pentru un număr mare de jucători acest număr creşte complexitatea de calcul a algoritmului prin creşterea numărul de evaluări a funcţiei de fitness. O modalitate de a reduce acest număr este de a lua în considerare doar o submulţime de jucători atunci când calculăm operatorul k. Acestă submulţime poate fi aleasă aleator de jucător şi dimensiunea acestuia poate fi constantă sau poate varia.

Metode Memetice

Este propus un model evolutiv care încorporeaza o căutare la nivel global în spaţiului soluţiilor jocului. Această căutare se realizează cu ajutorul unui algoritm genetic care a fost adaptat astfel încât detectează o aproximare a echilibrului Nash. Apoi este utilizat un algoritm de căutare locală cu scopul de a îmbunătăţi calitatea (reducând astfel distanţa la NE) soluţiei.

Optimizare extremă Nash Optimizarea extremă (OE) [51, 50] este o metodă euristică ce are ca scop găsirea de soluţii de calitate superioară pentru probleme de optimizare complicate. OE a fost adaptat pentru a detecta NE în jocuri noncooperative rezultând o nouă metodă numită Optimizare extremă Nash (NEO).

Capitolul 6

Concluzii şi probleme deschise

Capitolul 6 rezumă conţinutul tezei, se trag unele concluzii şi se menţionează posibilele dezvoltări şi direcţii ulterioare.

Echilibrele – soluţiile considerate în GT – pot fi caracterizate prin relaţii generative între profile de strategie. Sunt prezentate relaţii binare generative pentru echilibrele Nash şi ε-Nash.

Este dezvoltată o tehnică evolutivă (REED), bazată pe non-dominare, similară cu NSGA, pentru detectarea unor aproximări ale echilibrelor unui joc necooperativ. Metoda este validată prin comparaţie cu rezultatele analitice pentru unele jocuri bine cunoscute. Modele Cournot şi Bertrand sunt folosite pentru a exemplifica detectarea echilibrelor (ε-) Nash, (ε-) Pareto.

Utilizarea relaţiilor generative permite hibridizarea echilibrelor. Fiecare echilibru se caracterizează printr-o relaţie generatoare adecvată. În acest mod noi tipuri de echilibre pot fi uşor definite.

Conceptul de joc este generalizat adăugând fiecărui jucător raţionalitatea sa. De exemplu, combinând jucători egoişti (Nash) şi jucători altruişti (Pareto), este dezvoltat un nou concept de echilibru: Nash-Pareto.

Sunt deasemenea prezentate relaţii generative pentru echilibrul Nash bazate pe diferenţele între câştigurile jucatorilor după şi înainte de o perturbare.

Metoda propusă a permis vizualizarea formei echilibrului precum şi un studiu calitativ al său.

În viitor se vor aborda mai multe tipuri de echilibre precum şi detectarea de alte echilibre reunite.

Sunt prezentate unele proprietăţi ale relaţiei generatoare ale echilibrelor Nash în jocuri mari. Pe măsură ce creşte numărul de jucători, numărul de profiluri de strategie indiferente între ele relativ la dominarea Nash creşte dramatic, spre deosebire de cazul de dominare Pareto.

Este deasemenea pusă în evidenţă proprietatea de intranzitivitate a relaţiei de dominare Nash. Toate aceste aspecte ridică provocări diferite de cele din optimizarea multicriterială bazată pe dominarea Pareto.

În timp ce relaţia de dominare Pareto devine inutilă în optimizarea multiobiectivă din cauza faptului că vom avea prea mulţi indivizi indiferenţi între ei, relaţia de dominare Nash poate deveni problematică din cauza lipsei de indivizi indiferenţi. În ambele cazuri - pentru mai multe obiective/jucatori - relaţiile nu indică soluţii eficiente.

Studiul acestor proprietăţi poate fi util pentru îmbunătăţirea operatorilor de căutare concepuţi pentru rezolvarea jocurilor mari.

O relaţie probabilistică este studiată pentru mai multe modele de jocuri de tip Cournot comparând rezultatele cu relaţia deterministă pentru a detecta echilibrele Nash în jocurile non cooperative. Relaţia probabilistică este introdusă în scopul de a reduce volumul de calcul.

Pentru aceasta vom utilza două metode evolutive, una fiind 'Crowding based Differential Evolution' şi cealaltă un algoritm 'Stepping Stone Reinforcing Search'. Ambele metode propuse, atunci când se utilizează relaţia probabilistică, sunt capabile să găseasca o aproximate mai buna a echilibrului la un număr mare de jucători. Acest lucru indică potenţialul abordării propuse în depăşirea obstacolelor apărute în rezolvarea jocurilor cu număr foarte mare de jucători.

O metodă hibrid, numită 'Global Search and Local Ascent algorithm' este prezentată. GSLA combină un algoritm evolutiv cu o procedură de tip 'hill climbing' pentru a calcula echilibrul Nash într-un joc necooperativ. Căutarea este ghidată cu ajutorul unei realţii generative ce permite compararea profilelor de strategie între ele.

Bibliografie

[1] S. Bade, G. Haeringer, and L. Renou: *More strategies, more Nash equilibria*, Technical Report 15, School of Economics, University of Adelaide, 2004.

[2] T. Bäck: *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*, Oxford Univ. Press, 1996.

[3] Mehmet Barlo, and Nuh Aygun Dalkiran: *Epsilon-Nash implementation*, Economics Letters, (102):36–32, 2009.

[4] Antoine Augustine Cournot. *Recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses*, Paris, Hachette, 1838.

[5] A. F. Daughety: *Cournot oligopoly: characterization and applications*, edited by Andrew. F. Daughety, Cambridge University Press, 1989.

[6] C. Daskalakis, P. W. Goldberg, and C. H. Papadimitriou: *The Complexity of Computing a Nash Equilibrium*, STOC '06: Proceedings of the thirty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing, 71-78, 2006.

[7] Boudewijn de Bruin: *Overmathematisation in game theory: pitting the nash equilibrium refinement programme against the epistemic programme*, Studies In History and Philosophy of Science Part A, 40(3):290–300, 2009.

[8] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratab, and T. Meyarivan: *A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II*, IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 6(2), 2002.

[9] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratab, and T. Meyarivan: *A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II* , Springer, 849-858, 2000.

[10] K. Deb and H. Beyer: *Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover*, Complex Systems, 9:431–454, 1995.

[11] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, and Tudor Dan Mihoc: *Approximating and combining equilibria in non-cooperative games*, Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, International Symposium on, IEEE Computer Society, 356–360, 2009.

[12] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, and Tudor Dan Mihoc: *Equilibria detection in electricity market games*, Knowledge Engineering: Principles and Techniques Conference (KEPT) 2009, M. Frentiu and H. F. Pop, editors, 111–114, 2009.

[13] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, and Tudor Dan Mihoc: *Evolutionary equilibria detection in non-cooperative games*, Mario Giacobini, Anthony Brabazon, Stefano Cagnoni, Gianni Di Caro, Anikó Ekárt, Anna Esparcia-Alcázar, Muddassar Farooq, Andreas Fink, and Penousal Machado, editors, *Applications of Evolutionary Computing*, volume 5484 of *Lecture Notes in Computer Science*, 253–262. Springer Berlin / Heidelberg, 2009.

[14] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, and Tudor Dan Mihoc: *Generative relations for evolutionary equilibria detection*, Proceedings of the 11th Annual conference on Genetic and evolutionary computation, GECCO '09, 1507–1512, New York, ACM press, 2009.

[15] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Tudor Dan Mihoc, and R. Nagy: *Fuzzy Nash-Pareto Equilibrium: Concepts and Evolutionary Detection*, Applications of Evolutionary Computation, volume 6024, Springer Berlin / Heidelberg, 71-79, Eds: Cecilia Di Chio and Stefano Cagnoni and Carlos Cotta and Marc Ebner and Anikó Ekárt and Anna Esparcia-Alcazar and Chi-Keong Goh and Juan Merelo and Ferrante Neri and Mike Preuß and Julian Togelius and Georgios Yannakakis, 2010.

[16] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, N. Gaskó, and Tudor Dan Mihoc: *Evolutionary Detection of Aumann equilibrium*, Genetic And Evolutionary Computation Conference (GECCO 2010), ACM, New York, NY, USA, 827-828, 2010.

[17] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Tudor Dan Mihoc: *Evolutionary Approaches to Joint Nash – Pareto Equilibria*, Nature Inspired Cooperative

Strategies for Optimization (NICSO 2010), volume 284, Springer Berlin / Heidelberg, 233-243, Eds: González, Juan, Pelta, David, Cruz, Carlos, Terrazas, Germán, and Krasnogor, Natalio, 2010.

[18] D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Tudor Dan Mihoc: *Meta-Rationality in Normal Form Games*, International Journal of Computers, Communications & Control V(5), volume V, 693-700, December 2010.

[19] M. Farina, and P. Amato: *On the Optimal Solution Definition for many-criteria Optimization Problems*, in Keller, J., Nasraoui, O., eds.: Proc. of the NAFIPS-FLINT Int'l Conf. 2002, IEEE Press, Piscataway NJ, 233–238, 2002.

[20] Isabel Grilo and Jean-François Mertens: *Cournot equilibrium without apology: Existence and the Cournot inverse demand function*, Games and Economic Behavior, 65(1):142–175, 2009.

[21] D.E. Goldberg: *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Publisher: Addison-Wesley Professional, 1989.

[22] Sergiu Hart: *Robert Aumann's Game and Economic Theory*, Scandinavian Journal of Economics, 108(2):185–211, 2006.

[23] H. Ishibuchi, N. Tsukamoto, Y. Nojima: *Evolutionary many-objective optimization: A short review*, in Proc. IEEE Congr. Evol. Comput., Hong Kong, 2424-2431, 2008.

[24] M. Köppen, R. Vicente-Garcia, B. Nickolay: *Fuzzy-Pareto- Dominance and Its Application in Evolutionary Multi-objective Optimization*, Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Third International Conference, Guanajuato, México, March 2005, Springer. Lecture Notes in Computer Science Vol. 3410, 399–412, 2005.

[25] S.C. Kontogiannis, P.N. Panagopoulou, and P. G. Spirakis: *Polynomial algorithms for approximating Nash equilibria of bimatrix games*, Theor. Comput. Sci. 410, 17 (Apr. 2009), 1599-1606.

[26] Rodica Ioana Lung, A. S. Muresan, and D. A. Filip: *Solving multi-objective optimization problems by means of natural computing with application in finance*, Aplimat 2006, 445–452, Bratislav, 2006.

[27] R. I. Lung, and D. Dumitrescu: *Computing Nash equilibria by means of evolutionary computation*, in Int. J. of Computers, Communications & Control, vol. III, no. suppl. issue, 364-368, 2008.

[28] R. I. Lung, T. D. Mihoc, D. Dumitrescu: *Notes on Nash Equilibria Detection for Large Cournot Games*, 12th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing Timisoara, Romania, 2010.

[29] R. I. Lung, T. D. Mihoc, D. Dumitrescu: *Nash equilibria detection for multi-player games*, WCCI 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence, 3447-3451, 2010.

[30] E. Maskin: *The theory of implementation in Nash equilibrium: A survey*, Social Goals and Social Organization, Hurwicz, L., Schmeidler, D., and Sonnenschein, H., editors, Cambridge University Press, 173-204, 1985.

[31] R. D. McKelvey and A. McLennan: *Computation of equilibria in finite games*, Handbook of Computational Economics, Amman, H. M., Kendrick, D. A., and Rust, J. editors, Elsevier, 1996.

[32] Tudor Dan Mihoc, Rodica Ioana Lung, and D. Dumitrescu: *Notes on a fitness solution for nash equilibria in large games*, Proceedings of CINTI 2010, Budapest, 53–56. IEEE press, 2010.

[33] J. F. Nash: *Non-cooperative games* Annals of Mathematics, (54):286–295, 1951.

[34] John von Neumann, and Oskar Morgenstern: *Theory of Games and Economic Behavior* Princeton University Press, 1994.

[35] Hakan Orbay: *Computing cournot equilibrium through maximization over prices*, Economics Letters, 105(1):71–73, 2009.

[36] Martin J. Osborne: *An Introduction to Game Theory*. Oxford University Press, NY Oxford, 2004.

[37] Martin J. Osborne, and A. Rubinstein: *A Course in Game Theory*, MIT Press, Cambridge, MA, 1994.

[38] C. Papadimitriou: *Algorithms, games, and the internet*, STOC '01: Proceedings of the thirty-third annual ACM symposium on Theory of computing,Hersonissos, Greece, pages 749 – 753, 2001.

[39] R. Radner: *Collusive behavior in noncooperative epsilon-equilibria of oligopolies with long but finite lives*, Journal of Economic Theory 22, 1980, 136–154.

[40] J. Rosenmuller: *On a Generalization of the Lemke–Howson Algorithm to Noncooperative N-Person Games* , SIAM J. Appl. Math. 21, 73 (1971).

[41] M. Sărăsan, T.D. Mihoc, R. I. Lung, and D. Dumitrescu: *Global Search and Local Ascent for Large Cournot Games,* STUDIA UNIV. BABES–BOLYAI, INFORMATICA LV(4), volume LV, 85-92, December 2010.

[42] R. Storn, and K. Price: *Differential evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*, Berkeley, CA, Tech. Rep. TR-95-012, 1995.

[43] Richard Swedberg: *Sociology and game theory: Contemporary and historical perspectives*, Theory and Society, (30):301–335, 2001.

[44] R. Thomsen: *Multimodal optimization using crowding-based differential evolution*, in Proceedings of the 2004 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Portland, Oregon: IEEE Press, 20-23 June 2004, 1382-1389.

[45] Bert Willems, Ina Rumiantseva, and Hannes Weigt: *Cournot versus supply functions: What does the data tell us?*, Energy Economics, 31(1):38–47, 2009.

[46] Robert Wilson: *Computing Equilibria of N-Person Games*, SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 21, No. 1 (Jul., 1971), pp. 80-87.

[47] Abderrahmane Ziad: *Pure-strategy ε-Nash equilibrium in n-person nonzero-sum discontinuous games*, Games and Economic Behavior, 20(2):238–249, 1997.

[48] V. V. Vazirani, N. Noam, T. Roughgarden, É. Tardos: *Algorithmic Game Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

[49] Yohei Sekiguchi1, Kiri Sakahara1 and Takashi Sato: Uniqueness of Nash equilibria in a quantum Cournot duopoly game, J. Phys. A: Math. Theor., 43, 2010.

[50] S. Boettcher, and A. G . Percus: Extremal Optimization: an Evolutionary Local-Search Algorithm, J. CoRR, vol. cs.NE/0209030, 2002.

[51] Boettcher, S. and Percus, A. G: Optimization with Extremal Dynamics, Physical Review Letters, 2001, jun, 86, 5211–5214.