



TEZĂ DE ABILITARE

METODE NUMERICE PENTRU ECUAȚII INTEGRALE

ȘI PROBLEME CONEXE

Conf. dr. Sanda Micula

FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
UNIVERSITATEA BABEȘ - BOLYAI
CLUJ-NAPOCA, ROMÂNIA

2018

Rezumat

Lucrarea de față reprezintă o sinteză a celor mai semnificative realizări, atât din activitatea mea didactică cât și din cea de cercetare, desfășurată în ultimii 20 ani.

Partea principală a acestei lucrări, **Realizări științifice, profesionale și academice, planuri de evoluție și dezvoltare a carierei**, conține trei capitole.

Capitolul I, **Activitatea Didactică**, rezumă modul meu de abordare a predării, a rolului educatorului, cursurile pe care le-am predat la patru universități din România și din străinătate și direcțiile în care am încercat mereu să-mi îmbunătățesc tehnica predării. După absolvirea facultății și a master-ului la Universitatea Babeș-Bolyai în 1991, am obținut o bursă de doctorat în Matematică la University of Iowa, Iowa City, IA, USA. Bursa de doctorat prevedea și predarea unor cursuri. După obținerea titlului de doctor (1997), am deținut poziția de Assistant Professor of Mathematics la Western Oregon University, Monmouth, OR, USA (1997 – 2000) și la Truman State University Kirksville, MO, USA (2000 – 2004). Din anul 2004, lucrez la Universitatea Babeș-Bolyai, din Cluj-Napoca. În tot acest timp, am predat mai multe cursuri de diferite niveluri (licență, master, doctorat), am îndrumat și coordonat studenții în activitatea lor de învățare, în proiectele de cercetare sau de redactare a tezelor de dizertație. De asemenea, am publicat ca autor sau coautor mai multe cărți ([39, 53, 65, 19]) și articole didactice ([50, 62, 63, 77, 52, 64]).

Capitolul II, **Activitatea științifică**, cuprinde patru secțiuni. Secțiunea 1, *Introducere*, prezintă un sumar al preocupărilor mele de cercetare de-a lungul anilor precum și domeniile principale studiate în care am lucrat și publicat rezultate. În teza mea de doctorat ([58]), conducător științific Prof. Kendall E. Atkinson de la University of Iowa, USA, am investigat metode numerice pentru rezolvarea ecuației radiozității, obținând rezultate de convergență, prin metode de cologație spline bazate pe interpolare. Apoi, am continuat să cercetez rezolvarea numerică a mai multor tipuri de ecuații integrale, prin diverse metode. De asemenea, am aplicat o parte din aceste idei pentru reformulări ca ecuații integrale a problemelor pe frontieră.

Secțiunea 2, *Metode de cologație*, conține rezultatele obținute cu ajutorul cologației. În [61], este folosită metoda cologației bazată pe interpolare de grad arbitrar r pentru a obține rezultate de superconvergență pentru ecuații integrale de tip Fredholm liniare generale pe o suprafață mărginită $S \in \mathbb{R}^3$ netedă sau netedă pe porțiuni. Metoda cologației bazată pe interpolarea cu funcții constante pe porțiuni pentru ecuațiile Fredholm-Hammerstein în două variabile, a fost abordată în [49]. De asemenea, pentru ecuații Fredholm-Hammerstein unidimensionale metoda cologației bazată pe *wavelets* a fost recent explorată în [60].

În ultimul timp, am folosit teoria punctului fix nu numai pentru a demonstra existența și unicitatea soluției, ci și pentru a da soluții numerice ale ecuațiilor integrale și estimări ale erorii. Scriind ecuația integrală sub formă operatorială, problema se reduce la găsirea punctului fix pentru operatorul integral. Apoi, trebuie

folosite formule de integrare numerică, deoarece cele mai multe subintegrale implicate în iterații nu pot fi calculate exact. Aceste rezultate sunt descrise în Secțiunea 3, *Metode iterative bazate pe teoria punctului fix*. Iterația Picard a fost utilizată pentru ecuații integrale de tip Fredholm-Volterra ([47]), ecuații funcționale Volterra ([45]) și ecuații integrale fracționale Fredholm [44]). Iterația Mann (care converge mai repede) a fost utilizată pentru ecuații Volterra cu argument întârziat ([48]) și ecuații integrale Fredholm cu argument modificat [46]). Ca schemă de integrare numerică, s-a constatat că formula trapezului aproximează suficient de bine. În [44], s-a folosit *product integration* pentru aproximarea numerică a integralelor singulare.

Secțiunea 4, *Probleme pe frontieră*, conține rezultate de aproximare obținute folosind metode numerice pentru ecuații integrale aplicate la reformulări integrale a diferitelor probleme pe frontieră. Problemele Neumann și Dirichlet pentru ecuația lui Laplace pot fi rezolvate reprezentând soluția ca un potențial de simplu, respectiv de dublu strat, caz în care, folosind un argument la limită, se obțin ecuații integrale de speța a doua. Metoda colocației cu funcții segmentar constante este aplicată la reformularea problemei Neumann pe suprafețe ([57]).

Problemele Riemann-Hilbert neliniare au multe aplicații în modelarea scurgerii fluidelor prin țevi poroase, care se folosesc în dispozitive de filtrare, deci determinarea soluției prezintă mare interes. Ele pot fi reformulate ca ecuații integrale singulare $A(u) = 0$, unde operatorul A este definit folosind operatorul de tip Nemytski. Operatorul A este aproximat printr-un șir de funcții *Fredholm quasiruled mapping* A^n . Atunci, folosind teoria gradului topologic, se poate arăta existența soluției ecuațiilor complet discrete $A^n u = 0$, pentru n suficient de mare și convergența ei. Aproximarea spline liniară s-a folosit pentru problema neliniară Riemann-Hilbert pe discul unitate ([67]) și colocația trigonometrică a fost investigată pentru aproximarea soluției problemei neliniare Riemann-Hilbert cu condițiile pe frontieră date pe curbe mărginite și închise, într-un sector circular ([66]).

Planurile de evoluție și dezvoltare a carierei proprii sunt descrise în Capitolul III, **Direcții de dezvoltare ale carierei**. În Secțiunea 1, *Direcții de dezvoltare a carierei didactice*, menționez ideile ce intenționez să le implementez în cariera mea didactică, cum ar fi încurajarea studenților în a participa cât mai activ la desfășurarea seminariilor, laboratoarelor; reeditarea cursului *Probability and Statistics for Computational Sciences*, incluzând mai multe aplicații și exemple mai atractive cu probleme practice reale, în special din sfera lor de activitate; elaborarea unui curs tipărit pentru disciplina *Statistical Computational Methods*, pe care o predau, de curând, la o serie de programe *Master in Computer Science*; propunerea unei discipline la programul master cu profilul Matematică, intitulată *Integral equations and applications*, care să cuprindă clasificarea, teoria de bază și metode numerice pentru rezolvarea ecuațiilor integrale, precum și unele aplicații care modelează diferite fenomene și probleme practice reale; acestea ar putea să conducă la proiecte și teme pentru teze de dizertație; propunerea unor teme de licență și dizertație din domeniul simulării pe calculator a fenomenelor aleatoare; participarea mea la mai multe schimburi de experiență cu alte universități, prin

programe Erasmus, etc.

În Secțiunea 2, *Direcții de cercetare viitoare*, mi-am propus să abordez: ecuații neliniare mai generale, în mai multe variabile; funcții nucleu mai elaborate, cum ar fi nucleu singular sau nucleu slab singular, nucleu cu argument modificat sau întârziat; mai multe metode de colocației bazate pe *wavelets* (altele decât Haar wavelets), *wavelets* bi- sau tridimensionale (acestea prezintă un interes special, deoarece ele au multe aplicații în Statistică, de asemenea); extinderea rezultatelor de punct fix, a metodelor de colocație și iterative pentru ecuații integrale fracționale uni- sau bidimensionale.

Intenționez de asemenea, să investighez metode numerice pentru ecuații integrale mixte Volterra-Fredholm, care provin din diferite formulări ale ecuației căldurii, cu condiții la limită Neumann, Dirichlet sau mixte, atunci când soluția se caută sub forma unui potențial de simplu sau dublu strat. Metodele de colocație cu noduri interioare (ca și cele pe care le-am folosit anterior) sunt potrivite pentru astfel de ecuații, dacă domeniul conține colțuri sau muchii ascuțite.

Am de gând să studiez metode numerice pentru ecuații integrale de speța a treia. Astfel de ecuații integrale conțin un coeficient variabil, care înmulțește operatorul identitate și care se anulează în anumite puncte din domeniul de definiție. Ecuațiile integrale de speța a treia sunt investigate teoretic pe scară largă și folosite în multe aplicații, în elasticitate, transportul neutronilor, dispersia particulelor, etc.

De asemenea, de mare interes pentru mine sunt ecuațiile integrale de speța a patra (sau ecuații integrale algebrice (IAE's)). Acestea apar natural în multe procese de modelare matematică cum ar fi probleme de identificare a memoriei nucleelor în conductibilitatea căldurii și viscoelasticitate, difuzia chimicalelor, evoluția reacției chimice într-o celulă mică, procese dinamice în reacțiile chimice și multe altele.

Recent, am început să folosesc (și intenționez să continui) aproximări cu funcții spline cubice în integrarea numerică a ecuațiilor cu derivate parțiale din dinamica fluidelor. Ecuațiile adimensionale – obținute din ecuații ce guvernează comportamentul diferitelor mărimi de interes (debit, temperatură, concentrație, etc.) – sunt discretizate folosind tehnica *fals transient* și rezolvate numeric cu metoda *spline alternating direction implicit* (SADI).

Alte planuri de viitor presupun elaborarea mai multor articole aplicative, în special din Statistică; colaborarea mai intensă cu cercetători din mai multe domenii (din țară sau străinătate), care utilizează procedee statistice mai multe și mai adecvate în activitatea lor; propuneri de granturi de cercetare pe astfel de probleme, în care să fie implicați tineri cercetători, doctoranzi, masteranzi sau chiar studenți de nivel licență; elaborarea unui tratat de metode de aproximare, modelare, exemple și aplicații.

Ultima parte, **Bibliografie**, conține 81 de titluri de cărți și articole la care se face referire în text.