

# Rezumatul tezei de abilitare

Scopul acestei teze este să pună în evidență principalele rezultate științifice ale autorului, obținute în ultimii ani și publicate în mai multe reviste internaționale de mare impact, precum și planul de evoluție și de dezvoltare a carierei științifice și profesionale.

Ținând cont de scopul propus aceasta teză este structurată în două părți. Prima parte, care prezintă rezultatele științifice, este, la rândul ei, organizată în patru capitole.

În capitolul introductiv se face o trecere în revistă a parcursului academic, a cercetării postdoctorale și a vizibilității activității științifice.

După absolvirea Facultății de Matematică, Universitatea de Vest din Timișoara, în 1991, am lucrat pentru Universitatea de Vest din Timișoara, Universitatea de Vest Vasile Goldiș din Arad, Universitatea Aurel Vlaicu din Arad, ocupând diverse funcții după cum urmează: Preparator, Asistent universitar, Lector, Conferențiar și din 2016 Profesor.

Principalele direcții ale domeniului meu de cercetare sunt legate de studiul spațiilor liniare normate fuzzy, tipuri speciale de spații metrice fuzzy, relații liniare fuzzy, luarea deciziilor în mediu fuzzy. Autonomia activității mele de cercetare este reflectată de rezultatele cercetărilor mele, materializate în: 2 capitole în cărți publicate de edituri internaționale (autor principal), 20 articole în reviste ISI (14 ca autor principal (8 ca autor unic, 2 ca prim autor, 4 ca autor corespondent), 5 articole ISI proceedings (3 ca prim autor) etc.

Trebuie să evidențiez o lucrare științifică realizată în colaborare cu mari matematicieni din străinătate: Reza Saadati - Iran University Science & Technology - H index 40, Choonkil Park - Hanyang University, Coreea de Sud - H index 49, Donal O'Regan - National University of Ireland, Galway - 1286 publicații indexate în Web of Science, H index 56 - Web of Science.

De-a lungul timpului, aferent acestor articole, am totalizat 462 de citări în Web of Science și 951 de citări în Google Scholar.

De asemenea, merită menționat faptul că H-indicii mei sunt: Web of Science 9, Scopus 10 și Google Scholar 12.

Articolele mele au fost citate de mari oameni de știință din întreaga lume. Voi enumera câțiva dintre ei: Francisco Herrera (Spania, H index 189), E.K. Zavadskas (Lituania, H index 137), Enrique Herrera-Viedma (Spania, H index 124), H.M. Srivastava (Canada, H index 113), Florentin Smarandache (Statele Unite, H index 109), Roman Slowinsky (Polonia, H index 97), Francisco Chiclana (Anglia, H index 87), A. A. Zaidan (Australia, H index 83), Dragan Pamucar (Serbia, H index 83), B.B. Zaidan (Australia, H index 83), Jose Arturo Garza-Reyes (Anglia, H index 81), Yucheng Dong (China, H index 80).

De asemenea, ar trebui să menționez că am fost inclus în "*World's Top 2% Scientist*" de către Universitatea Stanford și Elsevier, locul 388 în *Computation Theory & Mathematics*, în 2022. Am primit Premiul "Grigore Moisil" acordat de Academia Română, în 2018, pentru un grup de lucrări în domeniul fuzzy.

În capitol al doilea am prezentat aparatul de termeni și concepte, precum și rezultatele preliminare obținute în domeniu, pe care le utilizez în capitolele următoare, pentru a asigura astfel articularea internă a tezei.

După ce L.A. Zadeh a introdus în cunoscuta sa lucrare conceptul de mulțime fuzzy, mulți matematicieni au încercat să extindă în context fuzzy o mare parte dintre rezultatele matematice clasice. O problemă prioritară a fost obținerea unei definiții adecvate de spațiu metric fuzzy. Menționez că noțiunea de spațiu metric fuzzy a fost introdusă de I. Kramosil și J. Michálek în 1975. Conceptul introdus de aceștia este echivalent, într-un anumit sens, cu cel de spațiu metric statistic. Amintesc faptul că spațiile metrice statistice au fost studiate cu mulți ani înainte, iar un survey asupra lor a fost realizat de B. Schweizer și A. Sklar. În 1994, A. George și P. Veeramani au modificat definiția lui I. Kramosil și J. Michálek în intenția de a obține o topologie Hausdorff pe un spațiu metric fuzzy. În ultima perioadă, diferite tipuri de spații metrice fuzzy generalizate au fost considerate de către diferiți autori, sub diferite abordări. Astfel, V. Gregori și S. Romaguera au introdus noțiunile de spațiu cvasi-metric fuzzy și spațiu cvasi-pseudo-metric fuzzy. Noi concepte de spații metrice fuzzy generalizate au fost introduse de A.D. Ray și P.K. Saha, G. Sun și K. Yang, T. Bag, R. Pleabaniak, B.C. Tripathy et al. Rezultatele pe care le-am obținut în acest context, publicate în revistele *Informatica* (2016), *International Journal of Computers Communications & Control* (2016) și *Annals of West University of Timisoara - Mathematics and Computer Science* (2022), constituie obiectul capitolului 3 "Tipuri speciale de spații metrice fuzzy".

În prima secțiune, se obțin proprietăți ale spațiilor cvasi-pseudo-metric fuzzy. Un rezultat important al cercetării mele este acela că orice relație de ordine parțială poate fi definită printr-o cvasi-metrică fuzzy, în timp ce o relație

de echivalență poate fi modelată printr-o pseudo-metrică fuzzy. De asemenea, sunt formulate teoreme de descompunere a unei cvasi-pseudo-metrici fuzzy într-o familie crescătoare și continuă la dreapta de cvasi-pseudo-metrici. Subliniez și câteva exemple importante de cvasi-pseudo-metrici fuzzy. Astfel, am arătat că orice cvasi-(pseudo-)metrică induce într-un mod natural o cvasi-(pseudo-)metrică fuzzy. De asemenea, am dat un exemplu de spațiu cvasi-metric fuzzy care nu este un spațiu metric fuzzy. Alt exemplu arată că există un spațiu cvasi-pseudo-metric fuzzy care nu este un spațiu cvasi-metric fuzzy și nici un spațiu pseudo-metric fuzzy. În final, am dat un exemplu de spațiu pseudo-metric fuzzy care nu este un spațiu metric fuzzy.

În secțiunea a doua, am introdus și studiat conceptul de spațiu b-metric fuzzy, generalizând, în acest fel, atât noțiunea de spațiu metric fuzzy introdusă de I. Kramosil și J. Michálek, cât și conceptul de spațiu b-metric. Pe de altă parte, am introdus conceptul de spațiu cvasi-b-metric fuzzy, extinzând noțiunea de spațiu cvasi-metric fuzzy recent introdusă de V. Gregori și S. Romaguera. În final, am obținut o teoremă de descompunere a unei cvasi-pseudo-b-metrici fuzzy într-o familie crescătoare de cvasi-pseudo-b-metrici.

În secțiunea a treia, am prezentat o nouă abordare pentru spațiile cvasi-b-metric fuzzy și am obținut câteva proprietăți ale acestor spații. O atenție deosebită este acordată teoremelor de descompunere a unei cvasi-b-metrici fuzzy într-o familie crescătoare și continuă la dreapta de cvasi-b-metrici. Spațiile cvasi-b-metric fuzzy studiate în această secțiune generalizează atât spațiile cvasi-metric fuzzy introduse de V. Gregori și S. Romaguera, cât și spațiile cvasi-b-metric introduse recent de M.H. Shah și N. Hussain.

Noțiunea de normă fuzzy a fost introdusă pentru prima dată de A.K. Katsaras în 1984. În 1992, C. Felbin introduce un alt concept de normă fuzzy, care asociază fiecărui element al unui spațiu liniar un număr real fuzzy. Urmând ideile lui S.C. Cheng și J.N. Mordeson, în 2003, T. Bag și S.K. Samanta introduc un nou concept de normă fuzzy, care se dovedește a fi cea mai potrivită și mai ușor de aplicat în diverse și diferite dezvoltări. Dar, conform lui T. Bag și S.K. Samanta, o normă fuzzy este o mulțime fuzzy ce satisface cinci axiome. În scopul de a obține mai multe rezultate, T. Bag și S.K. Samanta au impus alte două axiome. Privite în ansamblul lor, cele șapte axiome sunt foarte exigente și restrâng foarte mult familia spațiilor liniare normate fuzzy. Din acest motiv, putem spune că o definiție clară privind conceptul de normă fuzzy nu a fost încă dată, mulți autori încercând să simplifice și să îmbunătățească definiția lui T. Bag și S.K. Samanta. Capitolul al 4-lea al prezentei teze, "Spații liniare normate fuzzy", are la bază rezultatele pe care le-am obținut în acest context și care au fost publicate în reviste importante precum: *Informatica* (2014), *Symmetry* (2019), *Chaos, Solitons & Fractals* (2020), *Fuzzy Sets and Systems* (2016), *Mathematics* (2022).

Continuând ideile lui T. Bag și S.K. Samanta, în prima secțiune a capitolului 4, am obținut teoreme de descompunere a unei norme fuzzy într-o familie de semi-norme, în condiții mult mai generale. Rezultatele sunt atât pentru norme fuzzy de tip Bag-Samanta, cât și pentru norme fuzzy de tip Katsaras. Ca o consecință, obținem topologii local convexe induse de aceste tipuri de norme. În final, introduc conceptul de descompunere atomică a unui spațiu liniar normat fuzzy, care are un rol important în dezvoltarea unei teorii wavelet fuzzy.

În secțiunea a doua sunt analizate câteva tipuri diferite de mărginire în spații liniare cu norme fuzzy de tip  $(X, N, *)$ , unde  $*$  este o t-normă arbitrară. Aceste concepte de mărginire sunt foarte generale și unele dintre ele nu au corespondent în spațiile liniare topologice clasice metrizable. Se dau proprietăți ale acestor mulțimi mărginite și se face un studiu comparativ între aceste tipuri de mărginire. Stabilim implicațiile dintre acestea și ilustrăm prin exemple că aceste concepte nu sunt similare.

În secțiunea a treia studiem diferite tipuri de operatori liniari mărginiți fuzzy care acționează între spații liniare normate fuzzy. Menționăm că multe noțiuni și rezultate aparținând spațiilor metrice clasice ar putea fi găsite și în acest context general. Clasa de operatori care se potrivește cel mai bine scopului urmărit este clasa de operatori liniari tare fuzzy mărginiți. Principalele rezultate privind această familie de operatori utilizează faptul că spațiul acestor operatori devine o algebră normată. Este demonstrată o extindere a normei clasice a unui operator liniar mărginit între două spații normate la norma operatorilor liniari tare fuzzy mărginiți care acționează între spații liniare normate fuzzy. Este prezentată o versiune a teoremei clasice Banach-Steinhaus pentru operatorii liniari tare fuzzy mărginiți. Este prezentată o condiție suficientă pentru ca limita unei șir de operatori liniari tare fuzzy mărginiți să fie tare fuzzy mărginită. Operatorul adjunct al unui operator liniar tare fuzzy mărginit este un operator liniar mărginit clasic. Se studiază, de asemenea, clasa operatorilor liniari mărginiți fuzzy de vecinătate, fiind stabilite legături cu alte două clase de operatori, și anume clasa operatorilor liniari mărginiți fuzzy și clasa operatorilor liniari tare fuzzy mărginiți.

În secțiunea a patra a capitolului 3, introduc mai întâi noțiunea de pseudo-normă fuzzy, iar apoi extind, îmbunătățesc și completez rezultatele obținute de T. Bag și S.K. Samanta pentru norme fuzzy, în contextul pseudo-normelor fuzzy. În continuare, introduc și discut noțiunile de F-normă fuzzy și F-spațiu fuzzy. Cu ajutorul unor rezultate auxiliare, obțin o caracterizare a metrizabilității spațiilor liniare topologice în termeni de F-norme fuzzy, înlocuind normele fuzzy de tip  $(N, *_L)$  sau  $(N, \cdot)$  cu F-norme fuzzy de tip  $(F, \min)$ .

În ultima secțiune, introducem mai întâi diferite tipuri de continuitate

fuzzy pentru aplicații între spații liniare F-normate fuzzy și sunt investigate relațiile dintre acestea. În al doilea rând, principiile analizei funcționale fuzzy sunt stabilite în contextul F-spațiilor fuzzy. Mai precis, pe baza faptului că continuitatea fuzzy și continuitatea topologică sunt echivalente, se obțin teorema grafului închis și teorema aplicației deschise. Folosind lemma lui Zabreiko, demonstrăm principiul mărginirii uniforme și teorema Banach-Steinhaus.

În partea a doua a tezei, voi descrie planurile mele de dezvoltare a carierei științifice și profesionale. Planul de evoluție și de dezvoltare a carierei continuă în linii mari direcțiile deja abordate, dar presupune și deschiderea unor noi orizonturi didactice și științifice prin identificarea unor modalități de îmbunătățire a calității procesului de învățământ precum și de creștere a cercetării științifice individuale și în colectiv.

Sunt prezentate mai întâi direcțiile de cercetare pe care îmi propun să le urmăresc: spații Hilbert fuzzy, distanțe cu valori numere fuzzy, mulțimi fuzzy non-standard, fuzzy multisets, teoreme de punct fix în spații b-metrice fuzzy. Voi acorda o atenție specială aplicațiilor. În acest context, domeniile mele de interes pot evolua către o cercetare interdisciplinară, prin utilizarea rezultatelor obținute în aplicații în economie, informatică, inginerie. În afară de articolele științifice pe care intenționez să le public în următorii ani, am ca proiect de durată o monografie științifică despre analiza funcțională fuzzy.

În ceea ce privește activitatea didactică îmi propun să predau cursuri la programele de studii de masterat, în dorința de a împărtăși din experiența mea tinerilor matematicieni și să-i atrag să lucreze în domeniul analizei funcționale fuzzy. Nu în ultimul rând, intenționez să-mi extind colaborările științifice și didactice atât în România, cât și în străinătate și să aplic pentru granturi de cercetare.